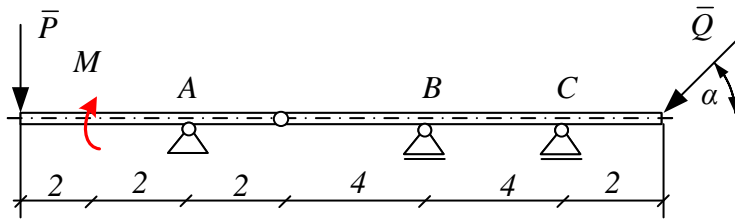
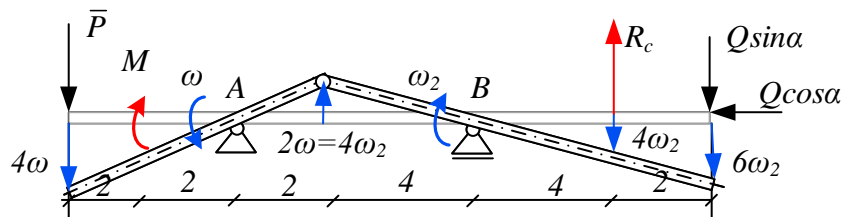


Zasada prac przygotowanych:

Stosując zasadę prac przygotowanych wyznacz reakcję w podporze C belki obciążonej jak na rysunku:



Po usunięciu podpory C powstaje reakcja i układ staje się mechanizmem o jednym stopniu swobody.



Przemieszczenia przygotowane są proporcjonalne do prędkości, więc nadaje członom mechanizmu prędkości ω i ω_2 .

Równanie pracy przygotowanej (mocy chwilowej)

$$\delta L = 0$$

$$4P\omega - M\omega - 4R_c\omega_2 + 6Q\sin\alpha\omega_2 = 0$$

Gdzie:

$$2\omega = 4\omega_2 \quad \rightarrow \quad \omega_2 = \frac{1}{2}\omega$$

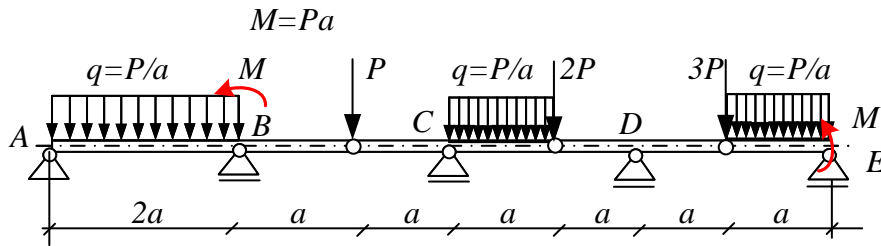
$$4P\omega - M\omega - 2R_c\omega + 3Q\sin\alpha\omega = 0$$

$$4P - M + 3Q\sin\alpha = 2R_c$$

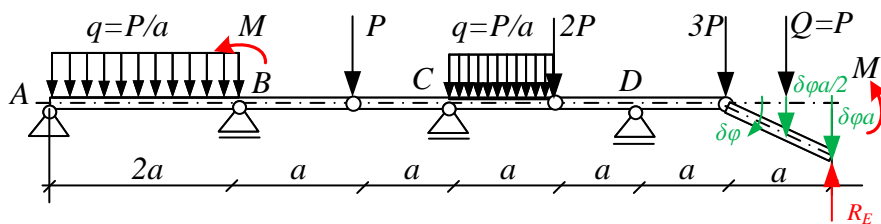
$$R_c = 2P - \frac{1}{2}M + \frac{3}{2}Q\sin\alpha$$

Zasada prac przygotowanych:

Stosując zasadę prac przygotowanych wyznacz reakcje w podporach belki obciążonej jak na rysunku:



Podpora E:

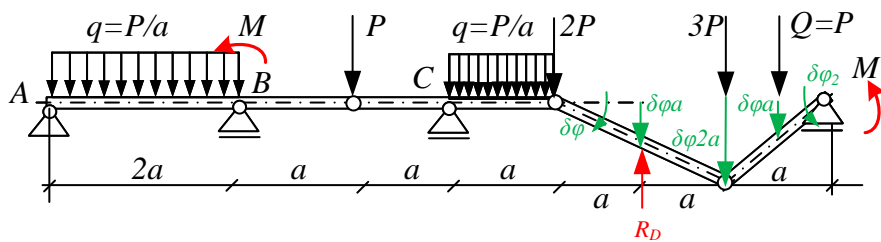


$$\delta L = 0$$

$$P \delta \varphi \frac{a}{2} - M \delta \varphi - R_E \delta \varphi a = 0$$

$$R_E = \frac{P}{2} - \frac{M}{a} = -\frac{P}{2}$$

Podpora D:



$$\delta L = 0$$

$$-R_D \delta \varphi a + 3P \delta \varphi 2a + P \delta \varphi a + M \delta \varphi_2 = 0$$

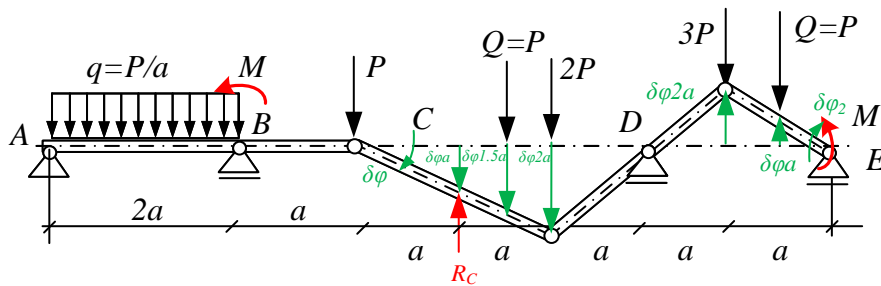
$$\delta \varphi_2 a = \delta \varphi 2a \quad \delta \varphi_2 = 2 \delta \varphi$$

$$-R_D \delta \varphi a + 3P \delta \varphi 2a + P \delta \varphi a + 2M \delta \varphi = 0$$

$$-R_D + 6P + P + \frac{2}{a} M = 0$$

$$R_D = 7P + \frac{2Pa}{a} = 9P$$

Podpora C:



$$\delta L = 0$$

$$-R_C \delta \varphi a + P \delta \varphi 1.5a + 2P \delta \varphi 2a - 3P \delta \varphi 2a - P \delta \varphi a - M \delta \varphi_2 = 0$$

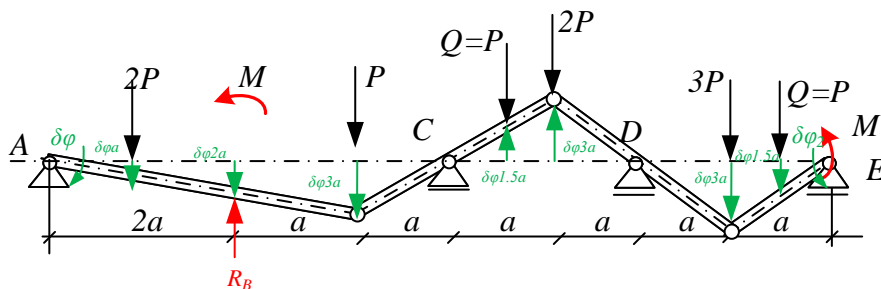
$$\delta \varphi_2 a = \delta \varphi 2a \quad \delta \varphi_2 = 2\delta \varphi$$

$$-R_C \delta \varphi a + P \delta \varphi 1.5a + 2P \delta \varphi 2a - 3P \delta \varphi 2a - P \delta \varphi a - 2M \delta \varphi = 0$$

$$-R_C + P1.5 + 2P2 - 3P2 - P - \frac{2}{a} Pa = 0$$

$$R_C = -3.5P$$

Podpora B:



$$\delta L = 0$$

$$-R_B \delta \varphi 2a + 2P \delta \varphi a + P \delta \varphi 3a - P \delta \varphi 1.5a - 2P \delta \varphi 3a + 3P \delta \varphi 3a + P \delta \varphi 1.5a - M \delta \varphi + M \delta \varphi_2 = 0$$

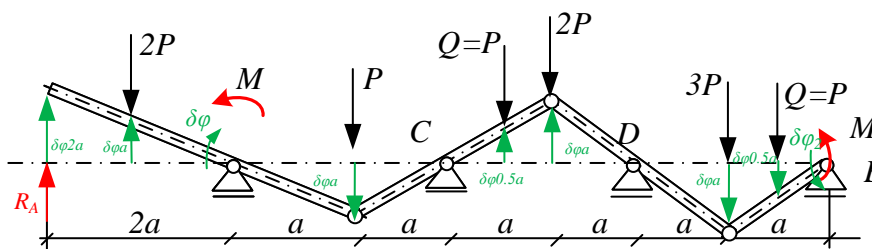
$$\delta \varphi_2 a = \delta \varphi 3a \quad \delta \varphi_2 = 3\delta \varphi$$

$$(-R_B 2a + 2Pa + P3a - P1.5a - 2P3a + 3P3a + P1.5a - M + 3M) \delta \varphi = 0$$

$$-R_B 2a + 2Pa + P3a - P1.5a - 2P3a + 3P3a + P1.5a + 2Pa = 0$$

$$R_B = 5P$$

Podpora A:



$$\delta L = 0$$

$$R_A \delta \varphi 2a - 2P \delta \varphi a + P \delta \varphi a - P \delta \varphi 0.5a - 2P \delta \varphi a + 3P \delta \varphi a + P \delta \varphi 0.5a - M \delta \varphi + M \delta \varphi_2 = 0$$

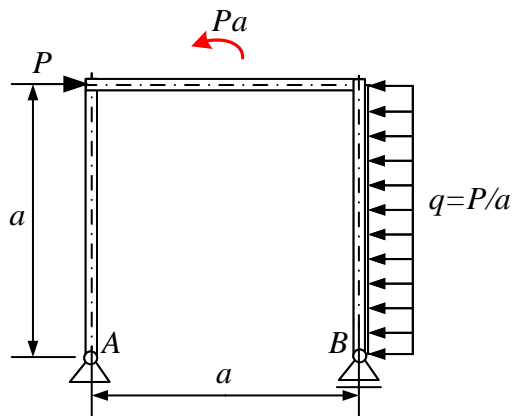
$$\delta \varphi_2 a = \delta \varphi a \quad \delta \varphi_2 = \delta \varphi$$

$$(R_A 2a - 2Pa + Pa - P0.5a - 2Pa + 3Pa + P0.5a) \delta \varphi = 0$$

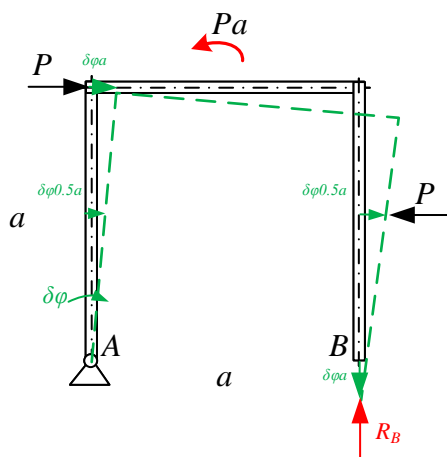
$$R_A 2a - 2Pa + Pa - P0.5a - 2Pa + 3Pa + P0.5a = 0$$

$$R_A = 0$$

Za pomocą zasady prac przygotowanych wyznacz reakcje podpór ramy przedstawionej na rysunku:



Podpora B:



$$\delta L = 0$$

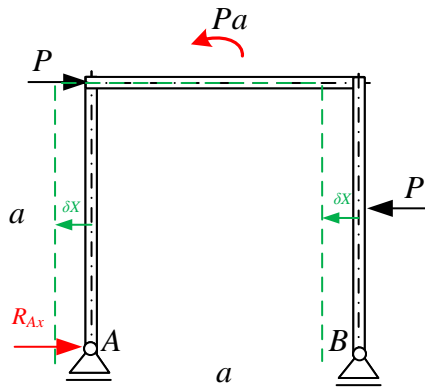
$$-R_B \delta \varphi a - P \delta \varphi 0.5a - Pa \delta \varphi + Pa \delta \varphi = 0$$

$$(-R_B - P0.5 - P + P) \delta \varphi = 0$$

$$-R_B - P0.5 = 0$$

$$R_B = -\frac{P}{2}$$

Składowa reakcji podpory A na kierunku poziomym:

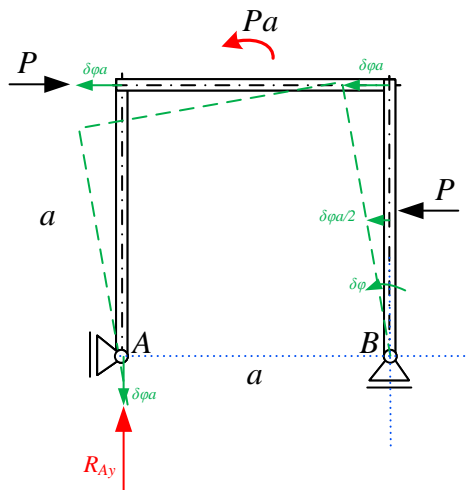


$$\delta L = 0$$

$$-R_{Ax} \delta X + P \delta X - P \delta X = 0$$

$$R_{Ax} = 0$$

Składowa reakcji podpory A na kierunku pionowym:



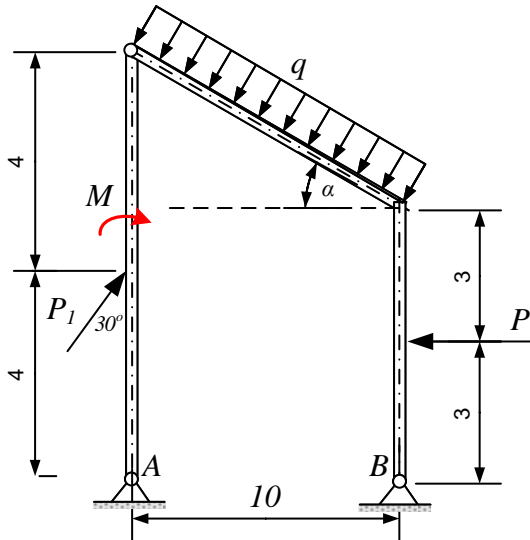
$$\delta L = 0$$

$$-R_{Ay} \delta \varphi a - P \delta \varphi a + P \delta \varphi 0.5a + Pa \delta \varphi = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{P}{2}$$

Na rysunku jest przedstawiony model konstrukcji wraz z działającymi na niego obciążeniami. Położenie układu przedstawione na rysunku jest położeniem równowagi. Dla danych:

$P_1 = 7\text{ kN}$, $P = 4\text{ kN}$, $q = 2\text{ kN/m}$, $M = 10\text{ kNm}$, wyznacz reakcje podpór. (Ciężar konstrukcji pominąć. Wymiary podane są w metrach).



Siła zredukowana obciążenia ciągłego

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{10^2 + 2^2}} = 0,2$$

$$\cos \alpha = \frac{10}{\sqrt{10^2 + 2^2}} = 0,98$$

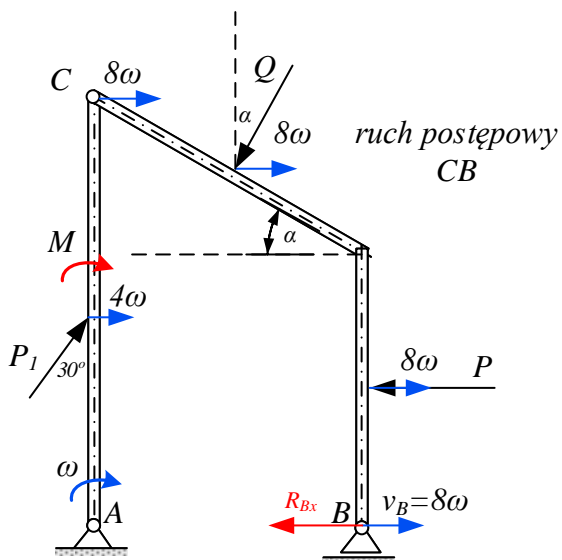
$$Q = q \cdot \sqrt{10^2 + 2^2} = 20,4\text{ kN}$$

$$Q_x = Q \cdot \sin \alpha = 4\text{ kN}$$

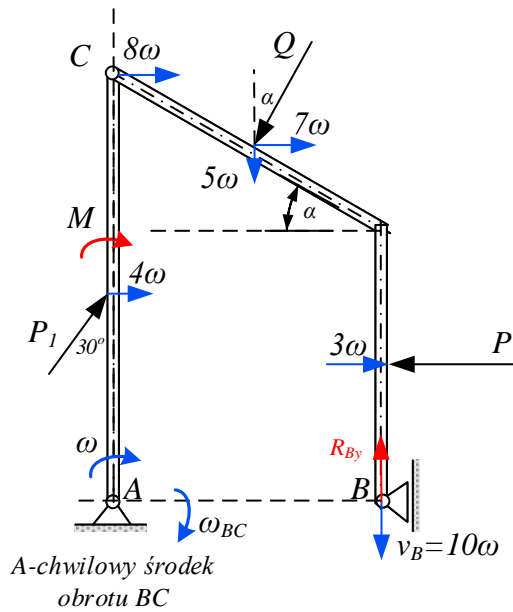
$$Q_z = Q \cdot \cos \alpha = 20\text{ kN}$$

Zadania z zasady prac przygotowanych ($W=0$) możemy rozwiązywać jako zadania z mocy chwilowych ($P=0$), ponieważ przy więzach geometrycznych przemieszczenia przygotowane są proporcjonalne do prędkości.

Składowa pozioma siły reakcji podpory B.



Składowa pionowa siły reakcji podpory B.



$$8\omega = 8\omega_2 \quad -> \quad \omega_2 = \omega$$

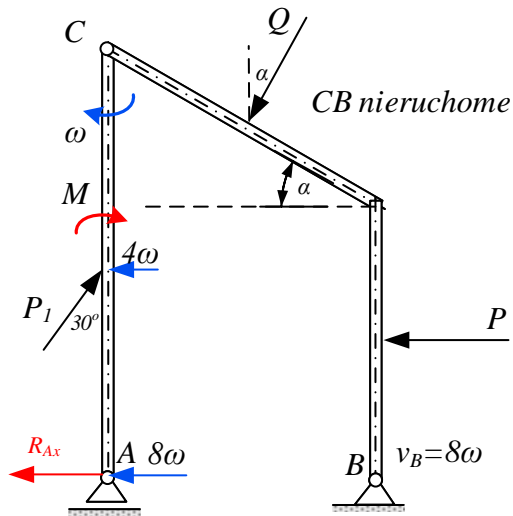
$$\delta W = 0$$

$$P_1 \sin 30 \cdot 4\omega + M\omega - Q \sin \alpha \cdot 7\omega + Q \cos \alpha \cdot 5\omega + -P3\omega - R_{By}10\omega = 0 / : 10\omega$$

$$R_{By} = 0,2P_1 + 0,1M - 1,4 + 10 - 0,3P$$

$$R_{Bx} = 9,8kN$$

Składowa pozioma siły reakcji podpory A.

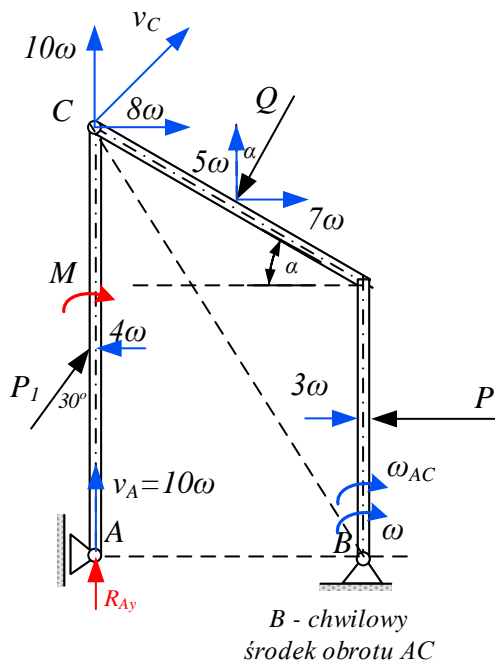


$$\delta W = 0$$

$$-P_1 \sin 30 \cdot 4\omega + M\omega + R_{Ax} 8\omega = 0 / : 8\omega$$

$$R_{Ax} = \frac{P_1}{4} - \frac{M}{8} = 0,5kN$$

Składowa pionowa siły reakcji podpory A.



$$\omega_{AC} \cdot BC = \omega \cdot BC$$

$$\omega_{AC} = \omega$$

$$\delta W = 0$$

$$-P \cdot 3\omega - Q \sin \alpha \cdot 7\omega - Q \cos \alpha \cdot 5\omega +$$

$$-P_1 \sin \alpha \cdot 4\omega + M\omega + R_{Ay} \cdot 10\omega = 0$$

$$-12 - 4 \cdot 7 - 20 \cdot 5 - 3,5 \cdot 4 + 10 + R_{Ay} \cdot 10 = 0$$

$$-144 + R_{Ay} \cdot 10 = 0$$

$$R_{Ay} = 14,4 \text{ kN}$$