
Przykład dynamiki krążka w ruchu płaskim

dr inż. Sebastian Pakuła

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

2 stycznia 2017

e-mail: spakula@agh.edu.pl

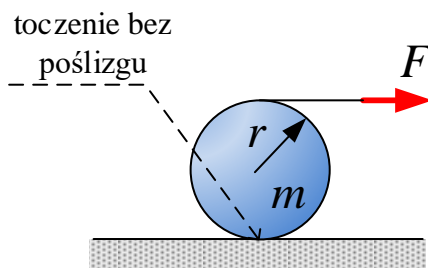
Kinematyka bryły:

Ruch obrotowy	Ruch obrotowy	Ruch płaski
$m\vec{a} = \vec{F}$	$I\vec{\omega} = \vec{M}$	$m\vec{a} = \vec{F}$ $I\vec{\omega} = \vec{M}$

Dynamiczne równania ruchu:

Przykład:

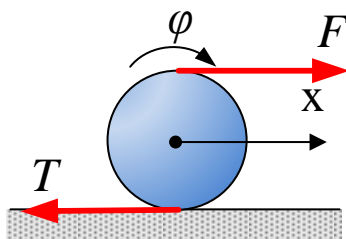
Oblicz przyspieszenie środka masy krążka, który jest ciągnięty za pomocą nawiniętej na niego liny z siłą F .



Dane: m, r, F

Szukane: a

Toczący się krążek bez poślizgu jest przykładem ruchu płaskiego. Oznaczamy współrzędne opisujące ruch płaski, uwalniamy układ od więzów i rysujemy siły oddziałujące na bryłę.



x – współrzędna środka masy

φ – współrzędna kątowa obrotu bryły

T – siła tarcia

F – siła naciągu liny

Następnie zapisujemy dynamiczne równania ruchu bryły:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F - T \\ I\ddot{\varphi} = Fr + Tr \end{cases}$$

gdzie: $I = \frac{mr^2}{2}$ – moment bezwładności krążka względem głównej centralnej osi bezwładności.

Tworzymy równania więzów, wiążące ruch środka masy x z ruchem obrotowym φ . Równanie to możemy napisać tylko w przypadku toczenia bez poślizgu!

$$x = \varphi r$$

$$\ddot{x} = \ddot{\varphi} r$$

Podstawiamy $\ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}}{r}$ i moment bezwładności I do drugiego z układu równań i dzieląc obustronnie przez r otrzymujemy:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F - T \\ \frac{m}{2}\ddot{x} = F + T \end{cases}$$

Dodając następnie stronami i mnożąc przez $\frac{2}{3}$ otrzymujemy:

$$\ddot{x} = \frac{4}{3}F$$

Na podstawie równania więzu możemy też wyznaczyć przyspieszenie kątowe:

$$\ddot{\varphi} = \frac{4}{3}Fr$$