

---

# Zasady pędu i krętu

---

**mgr inż. Sebastian Pakuła**

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

1 grudnia 2015

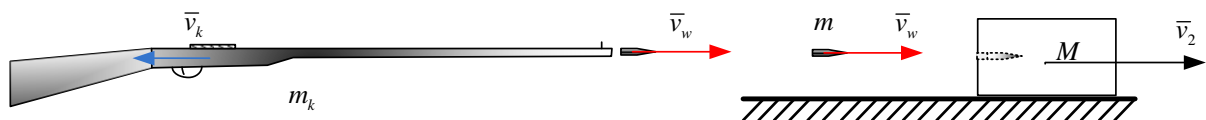
**e-mail: [spakula@agh.edu.pl](mailto:spakula@agh.edu.pl)**

## Prawo zmienności pędu i krętu:

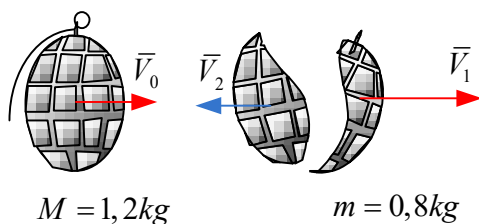
Pędu	Krętu
$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{K} = \vec{r} \times \vec{p}$
$\int_{p_0}^p dp = \int_{t_0}^t F dt$	$\vec{K} = I\vec{\omega}$
$p - p_0 = \int_{t_0}^t F dt$	$\int_{K_0}^K dK = \int_{t_0}^t M dt$
$p = p_0$ gdy $F = 0$	$K - K_0 = \int_{t_0}^t M dt$
Zasada zachowania pędu	$K = K_0$ gdy $M = 0$
	Zasada zachowania krętu

## Zestaw zadań:

**Zad.1:** Z karabinu o masie zostaje wystrzelony pocisk o masie  $m = 0.5\text{kg}$ . Oblicz prędkość odrzutu broni jeżeli wiadomo, że pocisk po trafieniu w masę balistyczną  $M = 100\text{kg}$  poruszał się wraz z nią z prędkością  $v_2 = 3.98\frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Pominąć opory powietrza oraz tarcie masy balistycznej o podłoże.



**Zad.2:** Granat leci z prędkością  $v_0 = 15\frac{\text{m}}{\text{s}}$  w kierunku poziomym. Po rozerwaniu jego większy fragment o masie  $m$  zwiększył swoją prędkość do  $25\frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Z jaką prędkością porusza się drugi fragment i w którym kierunku?



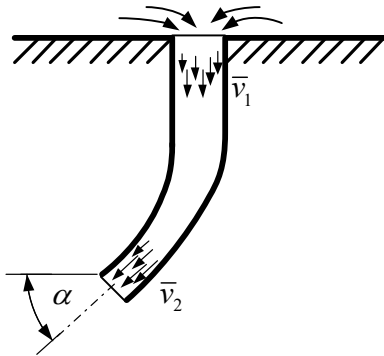
**Dane:**  $M, m, v_0, v_1$

**Szukane:**  $v_2$

**Zad.3:** Woda wlewa się do nieruchomego kanału o zmiennym przekroju z prędkością  $v_1 = 2 \frac{m}{s}$  pod kątem  $90^\circ$  do poziomu. Przekrój kanału przy wlocie równa się  $A_1 = 0.02 m^2$ . Prędkość wody u wylotu kanału wynosi  $v_2 = 4 \frac{m}{s}$  i jest skierowana pod kątem  $\alpha = 30^\circ$ . Oblicz poziomą składową reakcji pochodzącej od parcia wody na ścianki kanału. Kanał ma pionową płaszczyznę symetrii.

**Dane:**  $A_1, v_1, v_2, \alpha$

**Szukane:**  $R_x$

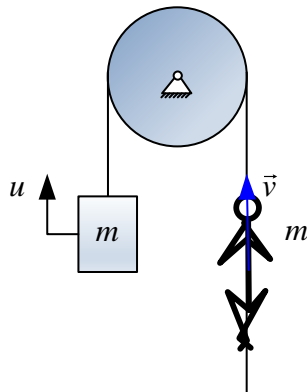


**Zad.4:** Obliczyć prędkość  $u$  masy  $m$  zawieszonyj na linie, w momencie kiedy człowiek o tej samej masie zacznie poruszać się ku górze z prędkością  $v$ . Rozpatrz przypadki gdy:

- krążek jest lekki
- masa krążka równa jest  $m_1$ , a promień wynosi  $r$

**Dane:**  $v, m, m_1$

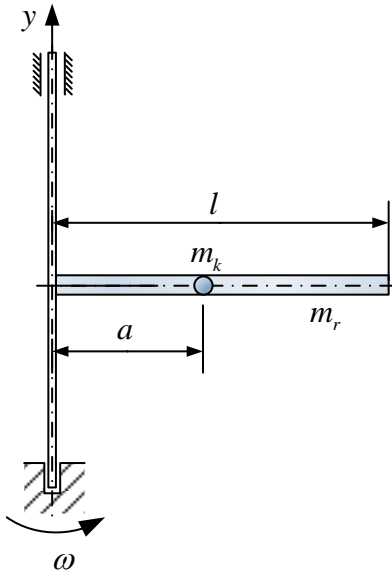
**Szukane:**  $u$



**Zad.5:** Do poziomej osi przyspawano rurkę o masie  $m_r$  i długości  $l$ . Wewnątrz rurki znajduje się kulka o masie  $m_k$ . Kulka ta jest przywiązana do osi za pomocą linki o długości  $a$ . Cały układ wiruje z prędkością  $\omega$ . W pewnym momencie nić się urywa i kulka wylatuje z rurki. Jaką prędkość kątową  $\omega_2$  będzie miała rurka w momencie, gdy kulka opuści rurkę?

**Dane:**  $\omega, m_k, m_r, l, a$

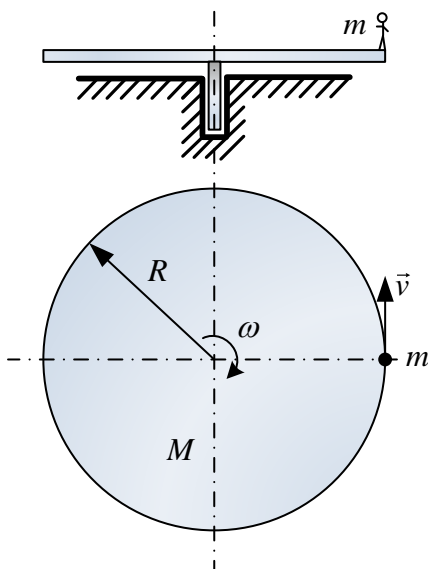
**Szukane:**  $\omega_2$



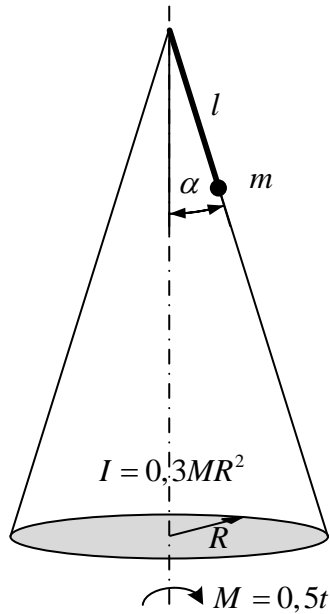
**Zad.6:** Człowiek o masie  $m = 70\text{kg}$  porusza się po brzegu poziomej tarczy o promieniu  $R = 4\text{m}$  i masie  $M = 200\text{kg}$ , jak podano na rysunku. Podaj o jaki kąt  $\varphi$  obróci się tarcza, jeżeli człowiek przejdzie cały jej obwód.

**Dane:**  $m, M, R$

**Szukane:**  $\varphi$



**Zad.7:** Na wierzchołku stożka, za pomocą liny o długości  $l$  zawieszono punkt materialny o masie  $m$ . Stożek może wirować wokół własnej osi. Na stożek zaczyna oddziaływać zmienny moment dany równaniem  $M_n = 0.5t$ . Po czasie  $t = 2s$ , lina urywa się i natychmiast wyłączono silnik nadający układowi moment ( $M = 0$ ). Jaką prędkość kątową  $\omega$  będzie miał stożek w momencie, gdy kulka stoczy się do jego podstawy.



**Dane:**

$$\alpha = 30^\circ$$

$$l = 0.2m$$

$$R = 1m$$

$$m = 0.1kg$$

$$M = 3kg$$

$$M_n = 0.5t$$

**Szukane:**  $\omega$