

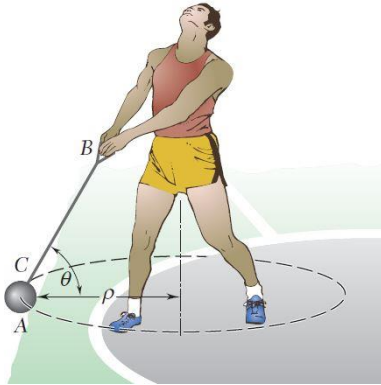
Wybrane zagadnienia dynamiki punktu

dr inż. Sebastian Pakuła

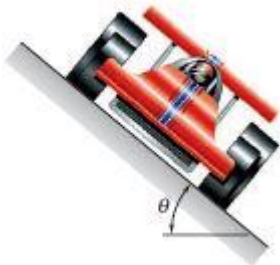
Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki
Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

mail: spakula@agh.edu.pl

1. Podczas rozgrzewki miotacz młotem wykonuje obrót młotem o masie 7,1kg wokół własnej osi. Młot wiruje ze stałą prędkością v w płaszczyźnie poziomej jak na rysunku. Jeżeli promień okręgu zakreślanego przez młot wynosi $\rho=93\text{cm}$ i kąt $\theta=60^\circ$, wyznacz: N – napięcie liny BC; ω – prędkość kątową miotacza.



2. Promień krzywizny toru wyścigowego wynosi 300m i prędkość bolidu na tym odcinku wynosi 200km/h. Wiedząc, że tor w tym miejscu był projektowany na prędkości do 290km/h wyznacz: kąt nachylenia toru θ ; wymagany współczynnik tarcia kół o jezdnie dla przedstawionych warunków; minimalną i maksymalną prędkość pojazdu, przy której będzie w stanie pokonać zakręt (gdy współczynnik tarcia guma-asfalt $\mu=0.5$).



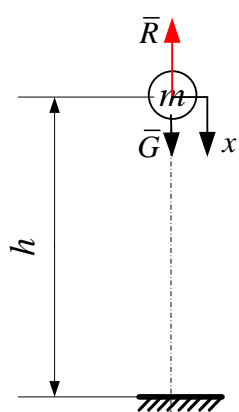
3. Znaleźć największą prędkość spadania kuli o masie 10kg i promieniu $r=8\text{cm}$ przyjmując, że opór powietrza wyraża się wzorem $R = k\sigma v^2$, gdzie v oznacza prędkość spadania σ – pole rzutu spadającego ciała na płaszczyznę prostopadłą do kierunku jego ruchu, k – współczynnik oporu zależny od kształtu ciała i przyjmujący dla kuli wartość $0,024 \text{ N s}^2/\text{m}^4$.

4. Okręt płynąc pokonuje opór wody proporcjonalny do kwadratu prędkości i wynoszący $\alpha=0,12[\text{T}]$ przy prędkości 1 m/s. Siła pociągowa śruby skierowana jest zgodnie z kierunkiem ruchu i zmienia się według prawa $T=T_0(1-v/v_s)$, gdzie $T_0=120[\text{T}]$, a $v_s=30\text{m/s}$. Wyznacz równanie prędkości w czasie oraz największą prędkość, jaką okręt może osiągnąć.

5. Samolot na płozach ląduje na poziomym lotnisku. Pilot prowadzi samolot ku powierzchni Ziemi bez pionowej prędkości i bez pionowego przyspieszenia w chwili lądowania. Współczynnik tarcia płoz samolotu o śnieg $k=0,08$. Opór powietrza przy ruchu samolotu jest proporcjonalny do kwadratu prędkości. Przy prędkości 1 m/s pozioma składowa oporu wynosi $R_x=0,09\text{N}$, a skierowana do góry składowa pionowa $R_y=0,7\text{N}$. Masa samolotu wynosi 2000 kg. Obliczyć drogę i czas lądowania samolotu do chwili zatrzymania się.

Przykład:

Ciało o masie m opada w polu sił grawitacyjnych z wysokości h_0 bez prędkości pocz. Na ciało te działa siła oporu powietrza proporcjonalna do kwadratu prędkości. $R = \alpha v^2$. Wyznacz równanie prędkości ciała w funkcji jego wysokości. Jaka prędkość miała kula uderzając o ziemię?



$$m\ddot{x} = G - R$$

$$m\ddot{x} = mg - \alpha v^2$$

$$\frac{dv}{dt} \frac{dx}{dx} = g - kv^2 \quad \text{gdzie } k = \alpha / m$$

$$\int \frac{v}{g - kv^2} dv = \int dx$$

$$-\frac{1}{2k} \ln|g - kv^2| = x + C$$

Stałą wyznaczamy z warunków początkowych:

$$x(0) = 0, v(0) = 0 \quad \text{inaczej } v|_{x=0} = 0$$

$$-\frac{1}{2k} \ln(g) = C$$

$$-\frac{1}{2k} \ln \left| \frac{g - kv^2}{g} \right| = x$$

$$v(x) = \sqrt{\frac{g}{k} (1 - e^{-2kx})}$$

