

Dynamika punktu **materialnego nieswobodnego**

dr inż. Sebastian Pakuła

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki
Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

mail: spakula@agh.edu.pl

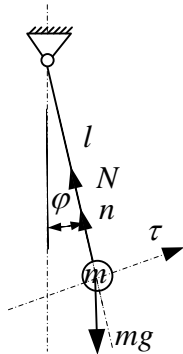
www: home.agh.edu.pl/~spakula/

Zadanie 1

Sito wykonuje drgania harmoniczne o amplitudzie b . Przy jakiej częstotliwości drgań ω sita, grudki (punkty materialne) leżące na sicie będą od niego odrywane i podrzucane do góry?

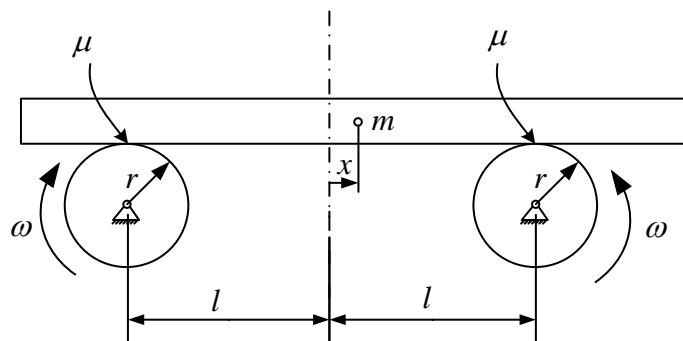
Zadanie 2

Wyznaczyć równanie ruchu i napięcie nici wahadła matematycznego o długości l i masie m .



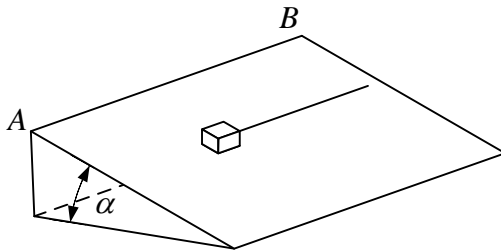
Zadanie 3

Maszyna Zajcewa jest to urządzenie do badania współczynnika tarcia ślizgowego. Jest ona zbudowana z dwóch krążków, oddalonych od siebie na odległość $2l$, obracających przeciwnie do siebie ze stałą prędkością kątową ω . Po uruchomieniu urządzenia w belce wzbudzone są drgania na skutek sił tarcia. Przy założeniu, że w chwili początkowej belka była usytuowana na krążkach niesymetrycznie, wyprowadź jej równanie ruchu. Dane: m, l, μ , Warunki początkowe: $x(0) = x_0, v(0) = 0$.



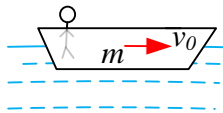
Zadanie 4

Na szorstkiej pochyłej płaszczyźnie porusza się ciało o masie M , które jest stale ciągnięte przez nąć w kierunku poziomym równoległym do AB . Od pewnej chwili ruch ciała jest prostoliniowy i jednostajny, a z dwóch wzajemnie prostopadłych prędkości v_1 , która jest równoległa do AB , wynosi 12cm/s . Oblicz drugą składową prędkości v_1 a także siłę S w nici dla następujących danych: Nachylenie płaszczyzny $\text{tg } \alpha = 1/30$, współczynnik tarcia $\mu = 0,1$ masa $M=30\text{kg}$.

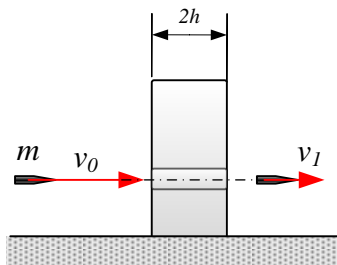


Zadanie 5

Po jeziorze płynie łódka człowiekiem o łącznej masie m , której nadano prędkość początkową v_0 . Działa na nią siła oporu wody $R = k\sqrt{v}$. Po jakim czasie prędkość łódki zmaleje czterokrotnie? Jaką drogę przebędzie łódka w tym czasie?



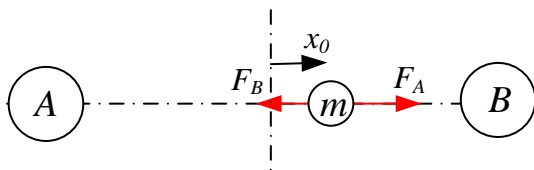
Zadanie 6



Pocisk o masie m , lecący z prędkością v_0 przebija mur grubości $2h$. Mur stawia opór $R = kv^2 + \mu$, gdzie k, μ – stałe, większe od 0. Zaniedbując wpływ siły ciężkości na pocisk, obliczyć prędkość v_1 jaką będzie posiadał pocisk po przebicciu muru. Jak gruby musiałby być mur, aby pocisk w nim utknął?

Zadanie 7

Dwa ciała A i B oddziałują na punkt materialny o masie m siłami odwrotnie proporcjonalnymi do odległości tej masy od tych ciał. Początkowo punkt materialny ustawiono w odległości x_0 od środka odcinka łączącego ciała A i B w kierunku punktu B.

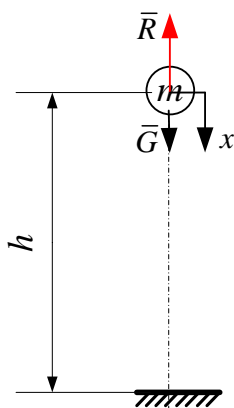


Oblicz:

- jaką prędkość będzie miał punkt materialny gdy dotrze do jednego z tych ciał?
- jaką należy nadać prędkość początkową i w którym kierunku, aby punkt materialny zatrzymał się środkiem odcinka AB?

Przykład:

Ciało o masie m opada w polu sił grawitacyjnych z wysokości h_0 bez prędkości pocz. Na ciało te działa siła oporu powietrza proporcjonalna do kwadratu prędkości. $R = \alpha v^2$. Wyznacz równanie prędkości ciała w funkcji jego wysokości. Jaka prędkość miała kula uderzając o ziemię?



$$m\ddot{x} = G - R$$

$$m\ddot{x} = mg - \alpha v^2$$

$$\frac{dv}{dt} \frac{dx}{dx} = g - kv^2 \quad \text{gdzie } k = \alpha / m$$

$$\int \frac{v}{g - kv^2} dv = \int dx$$

$$-\frac{1}{2k} \ln |g - kv^2| = x + C$$

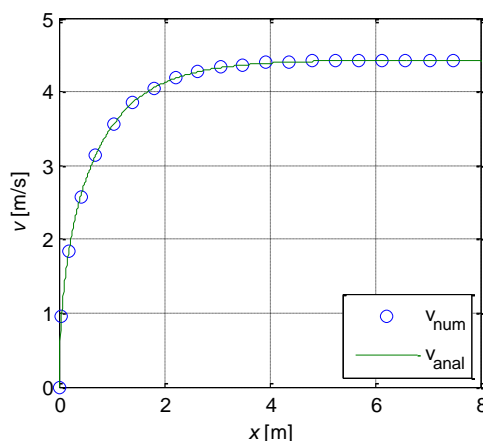
Stałą wyznaczamy z warunków początkowych:

$$x(0) = 0, v(0) = 0 \quad \text{inaczej } v|_{x=0} = 0$$

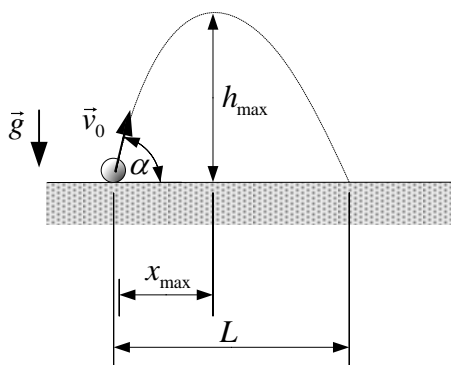
$$-\frac{1}{2k} \ln(g) = C$$

$$-\frac{1}{2k} \ln \left| \frac{g - kv^2}{g} \right| = x$$

$$v(x) = \sqrt{\frac{g}{k} (1 - e^{-2kx})}$$



Zadanie projektowe:



Punkt materialny został wyrzucony pod kątem α do poziomu z prędkością v_0 . Oblicz maksymalne wzniesienie punktu materialnego h_{\max} , odległość maksymalnego wzniesienia h_{\max} , oraz całkowity zasięg rzutu jeśli:

- jeśli pominiemy opory powietrza
- gdy opór powietrza jest proporcjonalny do prędkości $F = \lambda v$
- gdy występuje opór jak w b) oraz wieje wiatr poziomo w prawo z prędkością v_w

Zadanie projektowe na ocenę: (nadobowiązkowe)

Proszę zrobić zadania 5a,b,c i przedstawić wyniki w tabeli porównawczej. Przyjąć dane:

- Kula o średnicy $d=10\text{cm}$
- Kąt wyrzutu: $\alpha=45^\circ$
- Prędkość wyrzutu: $v_0=80\text{km/h}$
- Prędkość wiatru: - przyjąć dla Krakowa z dnia wykonywania projektu
- Kula jest stalowa (gęstość stali $\rho=7800\text{kg/m}^3$) – potrzebne do oszacowania masy
- Współczynnik oporu powietrza $\lambda=6\pi\mu R$, gdzie: μ -lepkość dynamiczna powietrza, R – promień kuli
- Przyjąć lepkość powietrza w temperaturze standardowej ok. 20°C (dane uzyskać z Internetu)
- Sprawdzić jednostkę siły oporu!
- Wyniki przedstawić z dokładnością 3 miejsc po przecinku

Termin oddania projektu **7 listopad**