
Równania d'Alemberta

dr inż. Sebastian Pakuła

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

e-mail: spakula@agh.edu.pl

Zasada d'Alemberta mówi, że suma prac wirtualnych (przygotowanych) sił reakcji więzów działających w układzie jest równa zero. W końcu przemieszczenia wirtualne następują przy "zamrożonych" więzach, więc siły reakcji nie mogą wykonać pracy nad układem fizycznym. Konsekwencją tego jest równanie d'Alemberta.

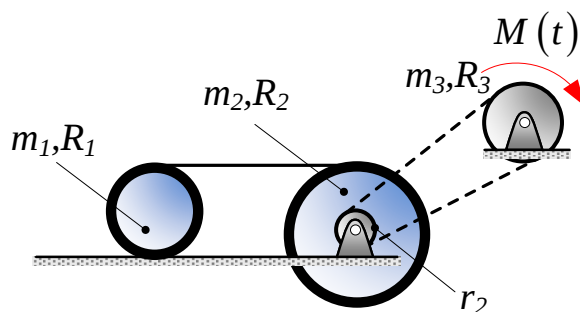
$$\sum_{i=1}^n (\vec{F}_i + \vec{B}) \cdot \delta \vec{r}_i = 0 \quad (1)$$

Zadanie 1:

Rolka o masie m_1 i promieniu R_1 toczy się po płaskim podłożu bez oporów toczenia. Na rolkę nawinięta jest nierozciągliwa lina, która zwijana jest za pomocą bębna o masie m_2 i promieniu R_2 . Bęben z kolei jest napędzany przy pomocy przekładni pasowej i silnika z kołem pasowym o masie m_3 i promieniu R_3 . Przyjmij, że koło pasowe zamontowane do bębna jest bezmasowe o promieniu r_2 . Wyznacz przyspieszenie środka masy rolki $\ddot{x}_1$.

Dane: $m_1, m_2, m_3, R_1, R_2, r_2, R_3, M(t)$

Szukane: $\ddot{x}_1$

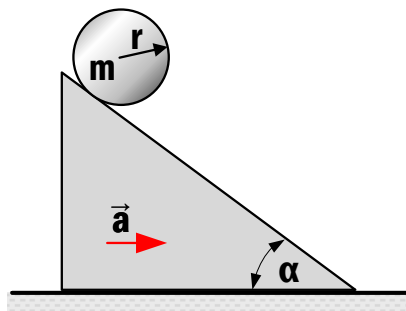


Zadanie 2:

Krażek o masie m i promieniu r stacza się po ruchomej równi pochyłej nachylonej pod kątem α . Wyznacz przyspieszenie krażka jeśli równia porusza się z przyspieszeniem $\vec{a}$.

Dane: m, r, a, α

Szukane: a_k



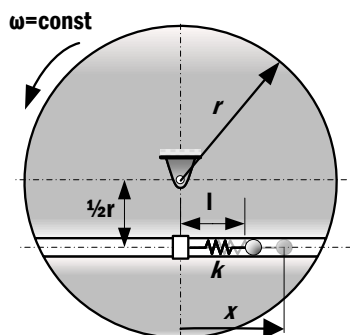
Zadanie 3:

Kulka o masie m zaczepiona jest do jednego końca sprężyny o sztywności k i może poruszać się wzdłuż wydrążonego kanału jak na rysunku poniżej. Drugi koniec sprężyny zamocowany jest do przegrody, która jest nieruchoma względem wirującej tarczy ze stałą prędkością kątową ω . Długość swobodna (nieodkształconej) sprężyny wynosi l . Wyznacz różniczkowe równanie ruchu względnego kulki wewnątrz kanału oznaczonej współrzędną x .

Dane: ω, r, l, k

Szukane:

różniczkowe równanie ruchu względnego



Zadanie 4:

Krażek o masie m_1 i promieniu r_1 zaczepiony jest do sprężyny o sztywności k i może toczyć się bez poślizgu po suwnicy o masie m_2 popychanej siłą $\vec{F}$ i poruszającej się na sześciu rolkach, każda o masie m i promieniu r . Wyznacz różniczkowe równania ruchu tego układu posługując się równaniami d'Alemberta.

Dane: $m_1, m_2, m, r_1, r, k, b, F$

Szukane:

różniczkowe równania ruchu

