
Równania Lagrange'a II rodzaju

dr inż. Sebastian Pakuła

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

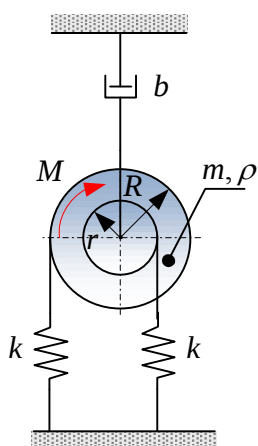
e-mail: spakula@agh.edu.pl

Zadanie 1:

Szpulka o masie m i momencie bezwładności I oraz o promieniach odpowiednio r i R , może poruszać się w kierunku pionowym oraz wykonywać niewielkie obroty. Na zewnętrznym i wewnętrznym promieniu szpulki nawinięte są sprężyste cięgna o sztywności k . Wyznacz równania różniczkowe ruchu, tego układu wykorzystując równania Lagrange'a II rodzaju. Przyjmij, że szpulka obciążona jest dodatkowo momentem M .

Podpowiedź:

- Założyć niewielkie obroty
- Zaniedbać ruch poziomy

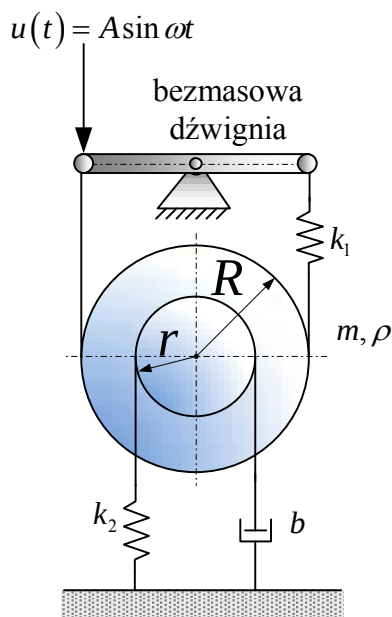


Zadanie 2:

Bezmasowa dźwignia, której koniec przemieszcza się wg równania $u(t) = A \sin(\omega t)$ wprawia w ruch szpulę o promieniach r i R . Z lewej strony z zewnętrznego promienia odchodzi nierozciągliwe cięgno, natomiast z prawej wiotkie cięgno o sztywności k_1 .

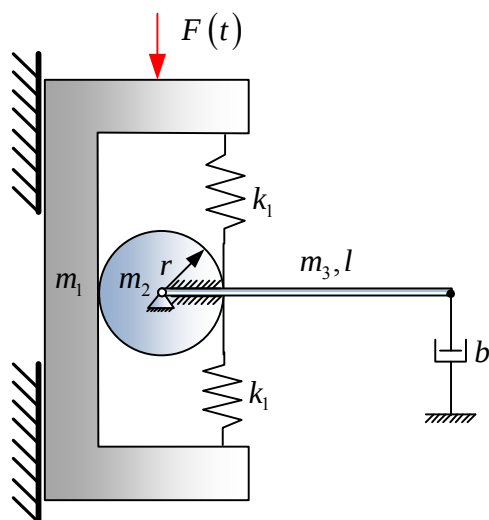
Podpowiedź:

- Założyć niewielkie obroty
- Zaniedbać ruch poziomy
- Nie rozpatrujemy dynamiki dźwigni



Zadanie 3:

Na jarzmo o masie m_1 oddziałuje zmienna siła $F(t)$. Jarzmo jest zazębione z krążkiem o masie m_2 i promieniu r . Do krążka przyspawano pręt o masie m_3 i długości l , na końcu którego zamontowano tłumik o współczynniku tłumienia b . Wyznacz równanie ruchu takiego układu.

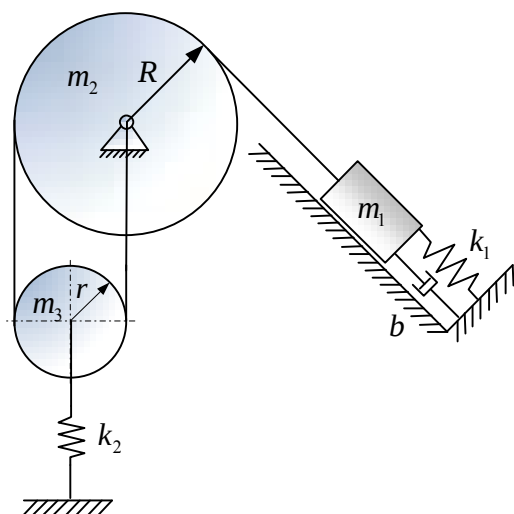


Podpowiedź:

- Założyć niewielkie przemieszczenia
- Końce sprężyn przymocowane są do krążka

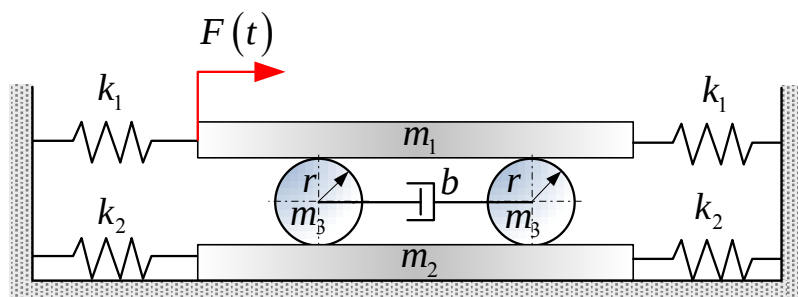
Zadanie 4:

Masa m_1 wsparta na równi pochyłej o kącie α , spoczywa na układzie sprężysto-tłumiącym o współczynnikach k_1 i b . Jest ona połączona z układem krążków za pomocą nierozciągliwego i nieważkiego cięgna. Krążek o masie m_3 i promieniu r porusza się ruchem płaskim, a jego środek jest połączony ze sprężyną o sztywności k_2 . Wyznacz dynamiczne równanie ruchu tego układu.



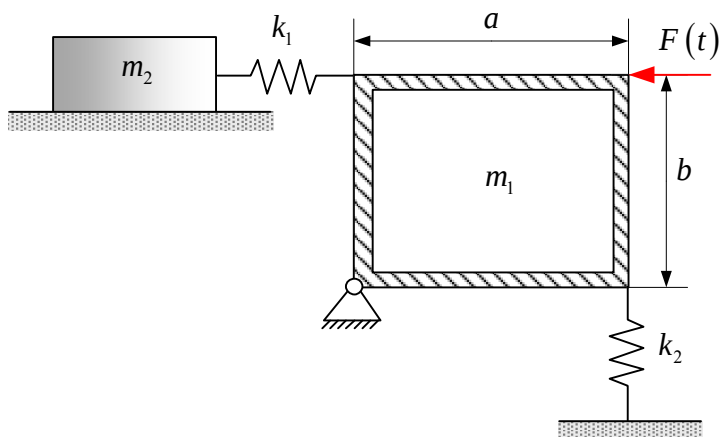
Zadanie 5:

Dwie płyty o masie m_1 i m_2 zamocowane sprężysto do ściany, przemieszczają się równolegle względem siebie za pomocą jednakowych krążków o masie m_3 i promieniu r . Między krążkami zainstalowano tłumik o współczynniku tłumienia b . Wyznacz, dynamiczne równania ruchu tego układu, zakładając, że na górną z płyt oddziałuje zmienna siła $F(t)$. Tarcie dolnej płyty o podłoże pominąć.



Zadanie 6:

Ramę o masie m_1 i bokach a , b zamocowano przegubowo w jednym z jej narożników. Do górnego rogu ramy za pomocą sprężyny k_1 zamocowano blok o masie m_2 . Ramę dodatkowo wsparto sprężysto za pomocą sprężyny k_2 zamocowanej w lewym dolnym rogu ramy. Wyznacz równania ruchu tego układu.

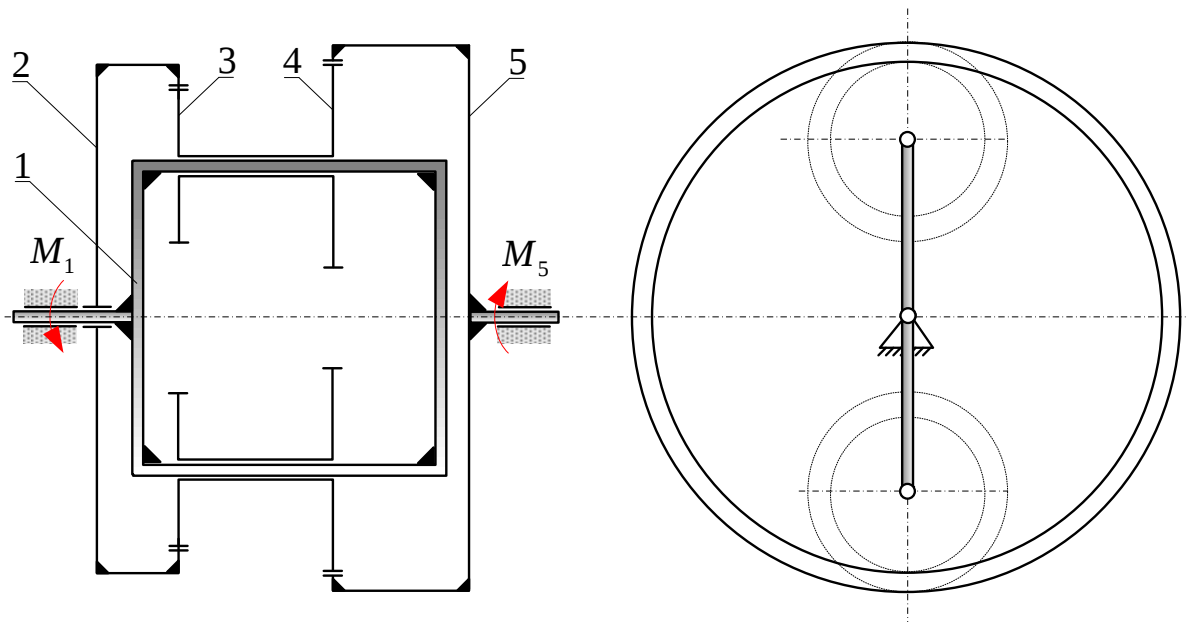


Podpowiedź:

Ramę potraktuj jako połączone belki.

Zadanie Domowe:

Na rysunku przedstawiono schemat przekładni planetarnej. Wał 1 jest napędzany przy pomocy momentu M_1 . Oblicz przyspieszenia wału wejściowego 1 oraz wału wyjściowego 5 jeśli jest on obciążony momentem M_5 .



Dane: [2mm]

$$I_1 = 4 \quad [kg \cdot m^2] \quad d_2 = 11 \quad [cm]$$

$$I_2 = 15 \quad [kg \cdot m^2] \quad d_3 = 4 \quad [cm]$$

$$I_{34} = 7 \quad [kg \cdot m^2] \quad d_4 = 6 \quad [cm]$$

$$I_5 = 25 \quad [kg \cdot m^2] \quad d_5 = 13 \quad [cm]$$

$$m_{34} = 10 \quad [kg]$$

$$M_1 = 800 \quad [N \cdot m]$$

$$M_5 = 20 \quad [N \cdot m]$$