
Zasada pędu i krętu

dr inż. Sebastian Pakuła

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

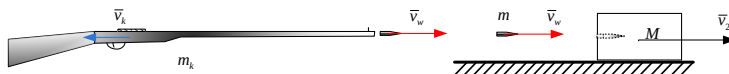
Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

e-mail: spakula@agh.edu.pl
<http://home.agh.edu.pl/~spakula/>

1 Zadanie

Z karabinu o masie $m_k = 4kg$ zostaje wystrzelony pocisk o masie $m = 0.1kg$. Oblicz prędkość odrzutu broni jeżeli wiadomo, że pocisk po trafieniu w masę balistyczną $M = 100kg$ poruszał się wraz z nią z prędkością $v_2 = 3.98 \frac{m}{s}$. Pominąć opory powietrza oraz tarcie masy balistycznej o podłoże.

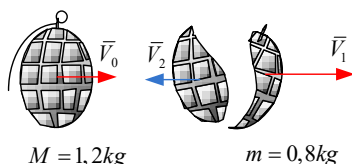


2 Zadanie

Granat leci z prędkością $v_0 = 15 \frac{m}{s}$ w kierunku poziomym. Po rozerwaniu jego większy fragment o masie m zwiększył swoją prędkość do $v_1 = 25 \frac{m}{s}$. Z jaką prędkością v_2 porusza się drugi fragment i w którym kierunku?

Dane: M, m, v_0, v_1

Szukane: v_2



Wprowadzenie

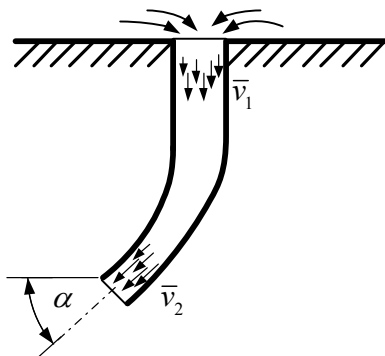
Pędu	Krętu
$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{K} = \vec{r} \times \vec{p}$
	$\vec{K} = I\vec{\omega}$
$\int_{p_0}^p dp = \int_{t_0}^t F dt$	$\int_{K_0}^K dK = \int_{t_0}^t M dt$
$p - p_0 = \int_{t_0}^t F dt$	$K - K_0 = \int_{t_0}^t M dt$
$p = p_0$ gdy $F = 0$	$K = K_0$ gdy $M = 0$
Zasada zachowania pędu	Zasada zachowania krętu

3 Zadanie

Woda wlewa się do nieruchomego kanału o zmiennym przekroju z prędkością $v_1 = 2 \frac{m}{s}$ pod kątem 90° do poziomu. Przekrój kanału przy wlocie równa się $A_1 = 0.02 m^2$. Prędkość wody u wylotu kanału wynosi $v_2 = 4 \frac{m}{s}$ i jest skierowana pod kątem $\alpha = 30^\circ$. Oblicz poziomą składową reakcji pochodzącej od parcia wody na ścianki kanału. Kanał ma pionową płaszczyznę symetrii.

Dane: $A_1, v_1, v_2, \alpha, \rho$ - (ciężar wł. wody)

Szukane: R_x



4 Zadanie

Dwaj chłopcy o masach $m_1 = 50 kg$ oraz $m_2 = 39 kg$ stoją na łyżworolkach naprzeciwko siebie. Jeden z nich, o większej masie, rzuca w kierunku drugiego ciężarek o masie $m = 1 kg$ z szybkością $v = 10 \frac{m}{s}$. Jaka będzie prędkość każdego z chłopców w momencie, kiedy drugi z nich złapie ciężarek?

5 Zadanie

Trzy łódki o jednakowych masach M poruszają się po stojącej wodzie z jednakowymi szybkościami v , płynąc w niewielkiej odległości jedna za drugą. Ponadto na środkowej łódce znajdowały się dwa jednakowe ciężarki, każdy o masie m . W pewnym momencie ze środkowej łódki przerzucono ciężarki na sąsiednie łódki z szybkością u względem łódek. Jakie będą szybkości łódek po przerzuceniu ciężarków?

6 Zadanie

Dwaj łyżwiarze o jednakowych masach m zbliżają się do siebie z identycznymi prędkościami v_1 . Jadą po dwóch równoległych prostych odległych o d . Jeden z nich trzyma w ręku sztywny drążek o zaniedbywalnej masie i długości $l > d$. W pierwszej chwili, gdy tylko to jest możliwe podaje drążek swojemu koledze, który go chwytą i nie puszcza.

- Jakim ruchem zaczną poruszać się łyżwiarze?
- Ile wyniesie prędkość każdego z nich?

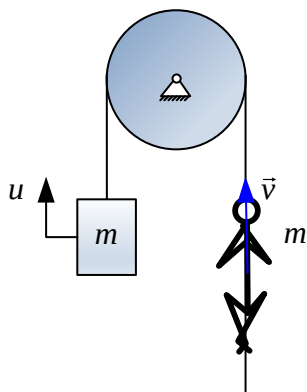
7 Zadanie

Człowiek o masie m trzyma się liny, do końca której zawieszono ciężarek o tej samej masie. Obliczyć prędkość u tej masy m , w momencie kiedy człowiek zacznie poruszać się ku górze z prędkością v . Rozpatrz przypadki gdy:

- krążek jest lekki
- masa krążka równa jest m_1 , a promień wynosi r

Dane: v, m, m_1

Szukane: u



8 Zadanie

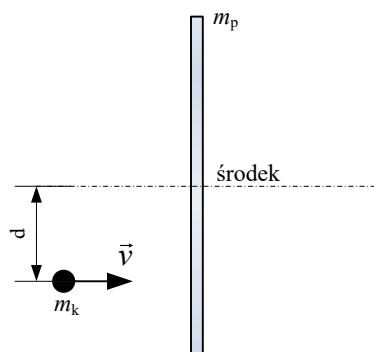
Na podłodze przy drzwiach zwykle montuje się gumowy odbojnik zapobiegający uderzeniom drzwi w ścianie. W jakiej odległości od zawiasów należy go zamontować, aby w chwili uderzenia nie działała na zawias żadna siła? Moment bezwładności drzwi względem zawiasów można przyjąć taki sam jak dla pręta o masie m i długości l .

9 Zadanie

Pręt o długości l leży na tafli lodowiska. Krążek hokejowy porusza się tak jak zaznaczono na rysunku. Po uderzeniu w pręt w odległości d od jego środka, krążek zatrzymał się. Znając l i d oblicz stosunek mas $\frac{m_p}{m_k}$. Pręt i krążek są idealnie sztywne.

Dane: l, d

Szukane: $\frac{m_p}{m_k}$

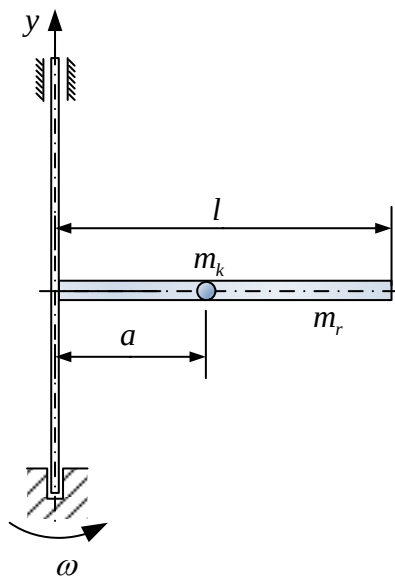


10 Zadanie

Do poziomej osi przyspawano rurkę o masie m_r i długości l . Wewnątrz rurki znajduje się kulka o masie m_k . Kulka ta jest przywiązana do osi za pomocą linki o długości a . Cały układ wiruje z prędkością ω . W pewnym momencie nić się urywa i kulka wylatuje z rurki. Jaką prędkość kątową ω_2 będzie miała rurka w momencie, gdy kulka opuści rurkę?

Dane: ω, m_k, m_r, l, a

Szukane: ω_2

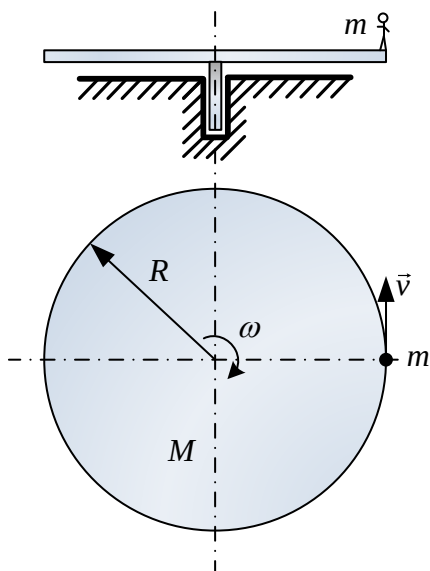


11 Zadanie

Człowiek o masie $m = 70\text{kg}$ porusza się po brzegu poziomej tarczy o promieniu $R = 4\text{m}$ i masie $M = 200\text{kg}$, jak podano na rysunku. Podaj o jaki kąt φ obróci się tarcza, jeżeli człowiek przejdzie cały jej obwód.

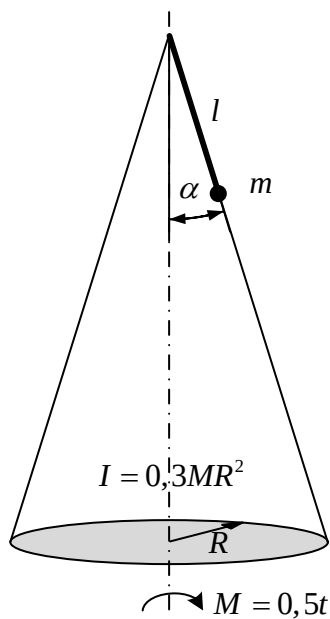
Dane: m, M, R

Szukane: φ



12 Zadanie

Na wierzchołku stożka, za pomocą liny o długości l zawieszono punkt materialny o masie m . Stożek może wirować wokół własnej osi. Na stożek zaczyna oddziaływać zmienny moment sił dany równaniem $M = 0.5t$. Po czasie $t = 2s$, lina urywa się i natychmiast wyłączono silnik nadający układowi moment ($M = 0$). Jaką prędkość kątową ω będzie miał stożek w momencie, gdy kulka stoczy się do jego podstawy.



Dane:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$l = 0.2m$$

$$R = 1m$$

$$m = 0.1kg$$

$$M = 3kg$$

$$M_n = 0.5t$$

Szukane: ω