

---

# Dynamika punktu w ruchomym układzie współrzędnych

---

**dr inż. Sebastian Pakuła**

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

e-mail: [spakula@agh.edu.pl](mailto:spakula@agh.edu.pl)  
<http://home.agh.edu.pl/~spakula/>

## Wprowadzenie

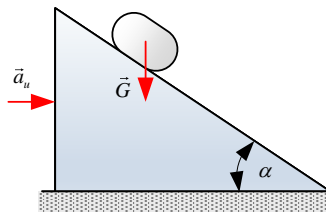
Można wyróżnić dwa rodzaje ruchomych układów współrzędnych, w których opisywana jest dynamika punktu.

- \* **układ inercjalny** - układ poruszający się ruchem jednostajnym, prostoliniowym
- \* **układ nieinercjalny** - układ poruszający się ruchem niejednostajnym lub krzywoliniowym lub obracającym się.

W układach inercjalnych dynamika punktu rozważana jest tak samo jak w układach nieruchomych. W układach nieinercjalnych, dynamikę punktów możemy rozważać tak jak w układach nieruchomych z uwzględnieniem dodatkowych sił bezwładności  $\vec{F} = -m\vec{a}_u$  wynikających z przyspieszenia punktu materialnego tylko w wyniku ruchu unoszenia układu. W związku z tym przyspieszeniem to, nazywamy przyspieszeniem unoszenia.

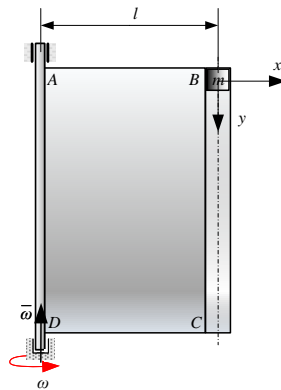
## 1 Zadanie

Ciało o ciężarze  $G = 2N$  leży na gładkiej równi pochyłej. Jakie poziome przyspieszenie  $a$  musi mieć równia, aby ciało nie poruszało się względem równi i jaki nacisk będzie to ciało wywierało na równię jeżeli  $\tan\alpha = 0,75$



## 2 Zadanie

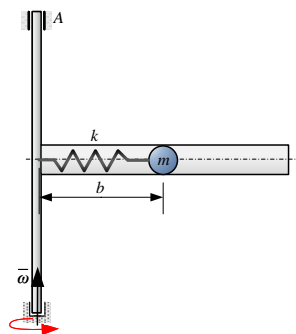
Na krawędzi płyty ABCD przyspawano rurkę. Wewnątrz rurki znajduje się walec o masie  $m$ , który może poruszać się wzdłuż osi rurki. Cała płyta wraz z rurką porusza się z pewną stałą prędkością  $\omega$ . Wyznacz równanie ruchu walca wewnątrz rurki, zakładając, że w chwili początkowej walec znajdował się punkcie  $B$  i nie nadano mu żadnej prędkości początkowej. Przyjmij współczynnik tarcia walca o rurkę jako  $\mu$ . Przy jakiej prędkości kątowej  $\omega$  walec pozostanie w spoczynku?



## 3 Zadanie

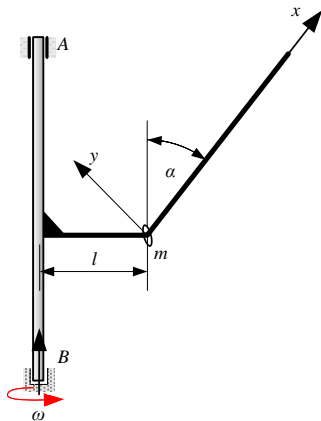
Wewnątrz prostoliniowej gładkiej rurki obracającej się w płaszczyźnie poziomej wokół pionowej osi, przechodzącej przez jej koniec, znajduje się kulka o masie  $m = 0,2\text{kg}$ . Do kulki, jednym końcem przymocowano sprężynę, zaś drugi jej koniec zamocowano na początku rurki. Stała sprężystości sprężyny wynosi  $k = 4000\text{N/m}$ , a jej długość swobodna (w stanie nienapężonym)  $a = 5\text{cm}$ .

Wyznaczyć jak powinna się zmieniać prędkość kątowa rurki ( $\omega(t)$ ), aby kulka poruszała się względem niej ze stałą prędkością  $v_m = 1\text{cm/s}$ . W chwili początkowej kulka znajdowała się w odległości  $b = 6\text{cm}$  od osi obrotu. Znaleźć także boczny nacisk na ściankę rurki.



#### 4 Zadanie

Na zakrzywiony pręt widoczny na rysunku, nałożono mały pierścień o masie  $m$ . Pręt wiruje ze stałą prędkością  $\omega$ . Wyznacz różniczkowe równanie ruchu pierścienia. Przy jakiej prędkości pierścień zacznie poruszać się wzdłuż osi pręta. Założyć, że współczynnik tarcia pierścienia o pręt wynosi  $\mu$ .



#### 5 Zadanie

Regulator Watta – jest to urządzenie służące do regulowania prędkości kątowej wirnika. Było wykorzystywane powszechnie w maszynach paraowych. Na podobnej zasadzie działa również automatyczne sprzęgło odśrodkowe. Oblicz z jaką prędkością kątową obraca się wirnik  $\omega$  jeśli tuleja o ciężarze  $P$  uniesie się na wysokość  $\Delta x$ . Dane:  $m, P, \Delta x, k, a, b$

