Drgnia punktu materialnego

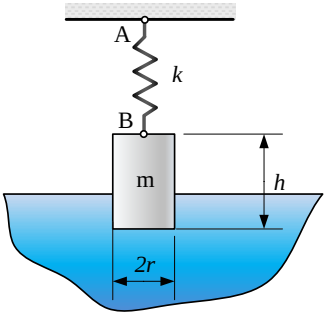
dr inż. Sebastian Pakuła

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie
Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki
Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

e-mail: spakula@agh.edu.pl
http://home.agh.edu.pl/~spakula/

1 Zadanie

Walec o promieniu r, wysokości h i masie m wisi na sprężynie AB, której koniec B jest nieruchomy. Walec zanurzony jest w wodzie. W położeniu równowagi walec zanurza się na głębokość $h/2$. W chwili początkowej walec zanurzony był w wodzie na 2/3 swojej wysokości. Następnie puszczono go bez prędkości początkowej. Przyjmując, że sztywność sprężyny ma wartość k oraz że działanie wody sprowadza się do siły wyporu wg prawa Archimedesa, wyznaczyć ruch walca względem położenia równowagi. Przyjąć, że ciężar właściwy wody równy jest γ.



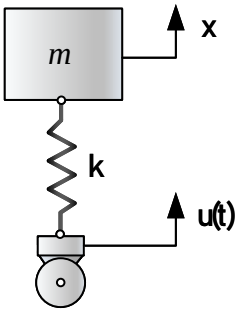
2 Zadanie

Aby zmierzyć lepkość cieczy Coulomb użył następującej metody. Zawiesił na sprężynie cienką płytkę A i wprawił ją w ruch drgający, najpierw w powietrzu, a potem w badanej cieczy i zmierzył w obu przypadkach okres jednego wahnięcia T_1, T_2. Siła tarcia płytki o ciecz wyrażona jest wzorem $2Sbv$, gdzie $2S$ to pole powierzchni płytki, v - jej prędkość, b - współczynnik lepkości. Pomijając tarcie płytki o powietrze, obliczyć współczynnik lepkości ze zmierzonych doświadczalnie czasów T_1 i T_2, jeżeli masa płytki wynosiła m.

Odp.: $b = \dfrac{2\pi m}{ST_1T_2}\sqrt{T_1^2 + T_2^2}$

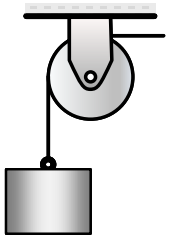
3 Zadanie

Wyprowadź równanie ruchu modelu ćwiartki zawieszenia pojazdu o masie m znajdującej się na sprężynie o sztywności k, której drugi koniec porusza się zgodnie z równaniem nierówności wg $u(t) = bsin(\omega t)$. Jaka będzie amplituda drgań masy m dla parametrów: $k = 100000[N/m], m = 200[kg], b = 0{,}1[m], \omega = 10[rad/s]$



4 Zadanie

Podczas jednostajnego opuszczania ciężaru $Q = 2T$ ze stałą prędkością $v = 5m/s$ nastąpiło nagłe zatrzymanie górnego końca liny, na skutek zakleszczenia liny w obudowie krążka. Pomijając ciężar liny wyznaczyć największe napięcie wywołane drganiem ciężaru, jeżeli sztywność liny wynosi $k = 4T/cm$.
Odp.: $F = 47,1T \cong 462kN$

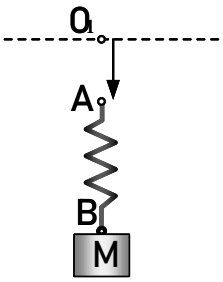


5 Zadanie

Ciało o masie $m = 5kg$ wisi na sprężynie, której sztywność wynosi $k = 2kG/cm$. Opór ośrodka proporcjonalny jest do prędkości. Amplituda po 4 drganiach zmniejszyła się dwunastokrotnie. Obliczyć okres drgań i ich logarytmiczny dekrement tłumienia (tj. logarytm naturalny stosunku dwóch kolejnych amplitud).
Odp.: $T = 0,319s, \delta = 0,621$

6 Zadanie

Odważnik $M = 400g$ wisi na sprężynie AB, której górny konic wykonuje drgania harmoniczne o amplitudzie $a = 1cm$ i częstości $\omega = 7\frac{rad}{s}$ wzdłuż prostej pionowej. Odległość $O_1A = a\sin\omega t$. Wyznaczyć drgania wymuszone odważnika M. Siła $40kG$ wydłuża sprężynę o $1cm$.
Odp.: $x(t) = 4\sin 7t$



Analiza parametrów drgań

7 Zadanie

Cząstka o masie $m = 12g$ wykonuje drgania harmoniczne wzdłuż osi x, wokół położenia równowagi $x = 0$. Maksymalna prędkość cząstki $v_{max} = 5cm/s$, zaś maksymalne wychylenie $A = 23cm$. Wiedząc, że w chwili $t_1 = 2s$ wychylenie wynosiło $x_1 = -2cm$, obliczyć:

- częstotliwość kołową ω, okres T i fazę początkową ϕ
- prędkość i przyśpieszenie cząstki w chwili $t_2 = 12s$
- maksymalną siłę działającą F_{max} na cząstkę oraz jej energię całkowitą E

8 Zadanie

Mała kulka o masie $m = 20g$ została zawieszona na sprężynie o stałej $k = 10N/cm$. Kulkę odciągnięto o $\Delta x = 3cm$ od położenia równowagi i puszczono nadając jej prędkość $v_p = 10cm/s$ do góry. Obliczyć:

- amplitudę A, okres drgań T kulki i fazę początkową ϕ
- maksymalną prędkość v i przyśpieszenie a podczas ruchu

9 Zadanie

W ciągu $t = 12s$ ciało wykonuje $n = 15$ drgań tłumionych. W tym czasie amplituda drgań maleje $m = 1,2$ razy. W chwili początkowej wychylenie było $x_0 = 15cm$, zaś prędkość $v_0 = -10cm/s$. Obliczyć:

- początkową amplitudę A_0 i fazę ϕ,
- amplitudę i wychylenie w chwili czasu $t_1 = 20s$