
Układy płaskie z tarciem

dr inż. Sebastian Pakuła

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

e-mail: spakula@agh.edu.pl
<http://home.agh.edu.pl/~spakula/>

Model tarcia Coulomba

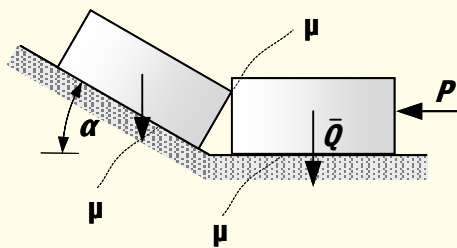
Według modelu Coulomba siła tarcia nie zależy od rozmiaru powierzchni, a tylko od wartości siły nacisku kontaktujących się ciał oraz chropowatości powierzchni.

$$T = \mu N$$

Miarę chropowatości powierzchni określa tutaj współczynnik tarcia μ . Wyróżniamy współczynnik tarcia **statyczny** μ_{st} obowiązujący dla ciał nie poruszających się względem siebie (nie będących w poślizgu) oraz współczynnik tarcia **kinetyczny** μ_k obowiązujący dla ciał w poślizgu. Zwykle współczynnik tarcia statycznego jest większy od współczynnika tarcia kinetycznego. Zastanów się dlaczego efektywniejsze jest hamowanie z systemem ABS!

Przykład

Wyznacz minimalną siłę P potrzebną do przesunięcia bloczków o ciężarach \vec{Q} oraz \vec{G} .



Dane:

$$G = 500N$$

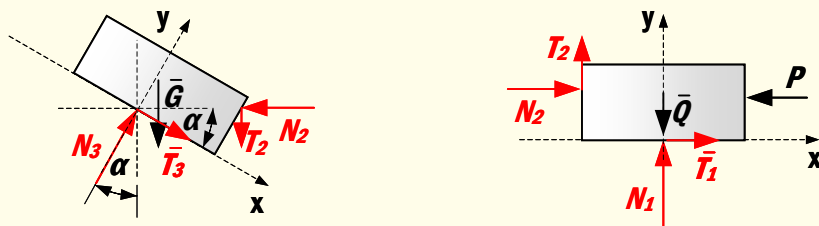
$$\mu = 0,1$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$r = 0,4m$$

Rozwiązanie

Najpierw rozdzielamy układ dwóch bloczków na dwa podukłady, uwalniamy od więzów oraz rysujemy odpowiednio skierowane wektory sił tarcia. Ustaliam też układ współrzędnych, w których będę zapisywał równania równowagi.



Równania równowagi:

Najpierw ustalmy sobie wartości sił tarcia wg zależności: $T_1 = \mu N_1$, $T_2 = \mu N_2$, $T_3 = \mu N_3$.

Następnie rozpiszmy równania równowagi dla każdego z podukładów osobno. Warto zwrócić uwagę, że będą tylko dwa równania równowagi. Nie bierzemy pod uwagę równania równowagi momentów sił, ponieważ to równanie odpowiedziałoby nam na pytanie gdzie dokładnie przyłożona będzie wypadkowa reakcja podłoża. To nas nie interesuje. Mamy pewność, że obiekt się

nie obróci, więc nie musimy tego badać.

Dla pierwszego podukładu:

$$\begin{cases} \Sigma F_{ix} = 0 \implies -N_2 \cos(\alpha) + T_2 \sin(\alpha) + T_3 + G \sin(\alpha) = 0 \\ \Sigma F_{iy} = 0 \implies -N_2 \sin(\alpha) - T_2 \cos(\alpha) + N_3 - G \cos(\alpha) = 0 \end{cases}$$

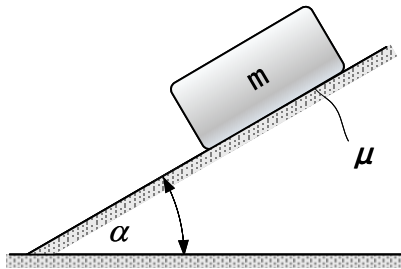
Dla drugiego podukładu:

$$\begin{cases} \Sigma F_{ix} = 0 \implies -N_2 + T_1 - P = 0 \\ \Sigma F_{iy} = 0 \implies N_1 - Q + T_2 = 0 \end{cases}$$

Łącznie z trzema równaniami tarcia otrzymujemy 7 równań. Mamy także 7 niewiadomych. W takim razie jesteśmy w stanie obliczyć wszystkie z nich.

1 Zadanie

Na chropowatej nachylonej pod kątem α równi jest położony blok o masie m . Oblicz dla jakiego kąta α klocek zacznie zsuwać się po równi pochyłej?



Dane:

$$m = 4kg$$

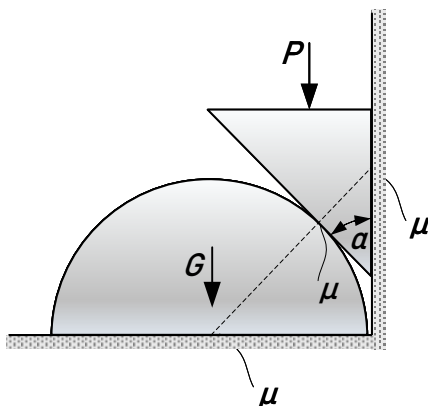
$$\mu = 0,1$$

Odp:

$$\alpha = 5,7^\circ$$

2 Zadanie

Wyznacz minimalną wartość siły P , aby poruszyć półkulę o ciężarze G .



Dane:

$$G = 200N$$

$$\mu = 0,1$$

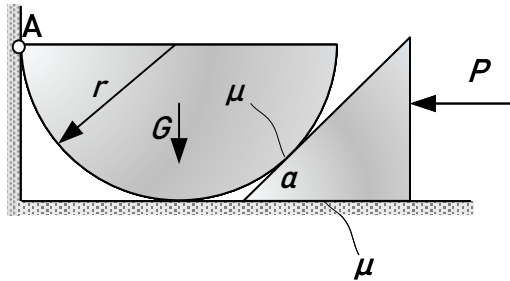
$$\alpha = 30^\circ$$

Odp:

$$P = 17,65N$$

3 Zadanie

Wyznacz minimalną wartość siły P , aby unieść półkulę o ciężarze G .



Dane:

$$G = 500N$$

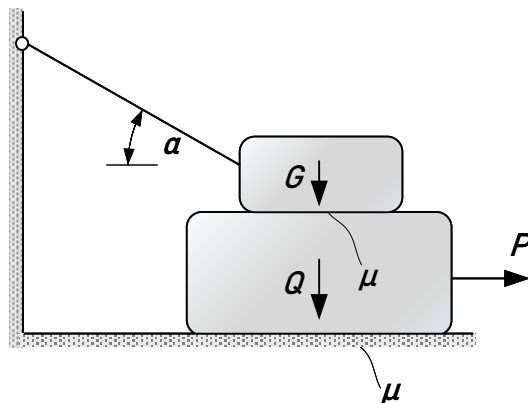
$$\mu = 0,1$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$r = 0,4m$$

4 Zadanie

Wyznacz minimalną siłę P potrzebną do wysunięcia ciężaru Q .



Dane:

$$G = 500N$$

$$Q = 1500N$$

$$\mu = 0,2$$

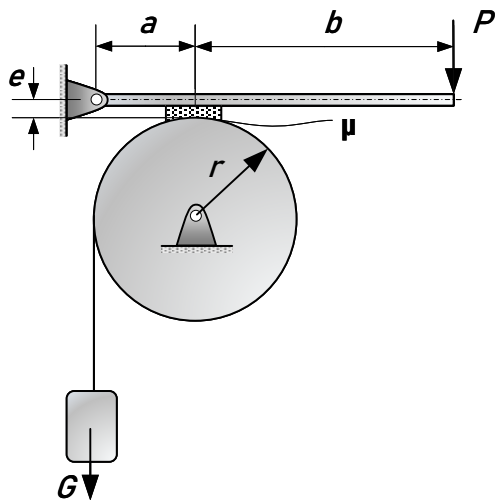
$$\alpha = 30^\circ$$

Odp:

$$P = 480N$$

5 Zadanie

Wyznacz niezbędną siłę P przyłożoną do końca dźwigni, aby zahamować ciężar G zawieszony na bębnie o promieniu r .



Dane:

$$G = 300N$$

$$r = 20cm$$

$$a = 15cm$$

$$b = 50cm$$

$$e = 2cm$$

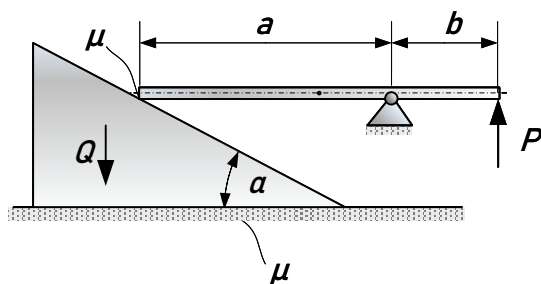
$$\mu = 0,4$$

Odp:

$$P = 163,85N$$

6 Zadanie

Wyznacz minimalną siłę P wymaganą do przesunięcia klina o ciężarze Q .



Dane:

$$Q = 180N$$

$$a = 80cm$$

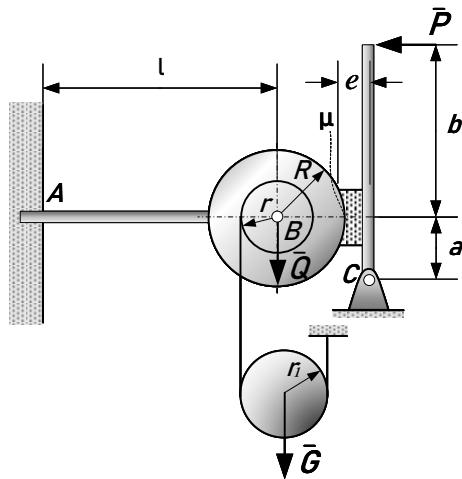
$$b = 40cm$$

$$\mu = 0,1$$

$$\alpha = 30^\circ$$

7 Zadanie

Wyznacz niezbędną siłę P przyłożoną do końca dźwigni, aby zahamować rolkę o ciężarze G zawieszoną do szpuli o ciężarze Q . Szpula jest przymocowana za pomocą łożyska do końca utwierdzonej belki o długości l .



Dane:

$$Q = 500N$$

$$G = 200N$$

$$a = 30cm$$

$$b = 60cm$$

$$e = 5cm$$

$$l = 120cm$$

$$r = 10cm$$

$$R = 20cm$$

$$r_1 = 15cm$$

$$\mu = 0,4$$

Odp:

$$P = 88,89N$$