
Środkowy przestrzenny układ sił

dr inż. Sebastian Pakuła

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

e-mail: spakula@agh.edu.pl
<http://home.agh.edu.pl/~spakula/>

Warunki równowagi płaskiego dowolnego układu:

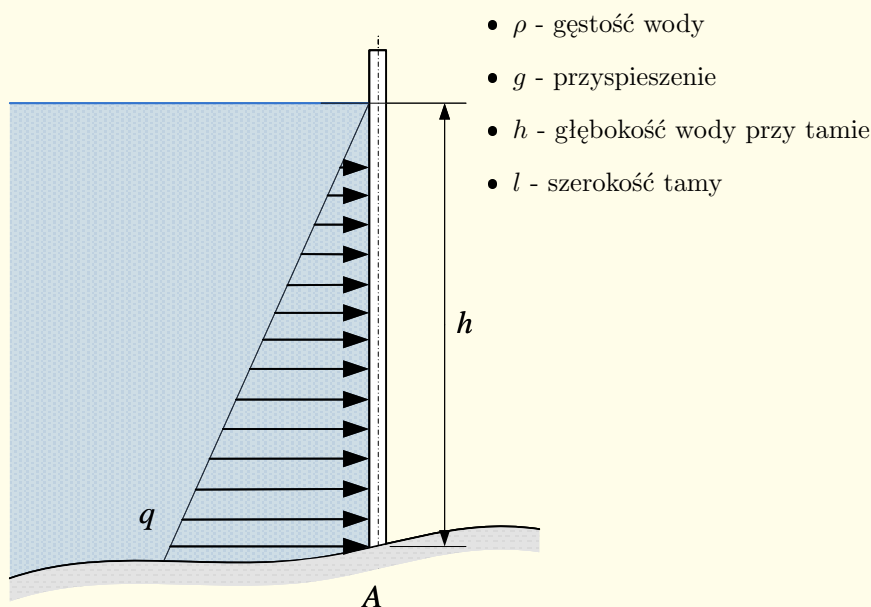
Istnieją trzy warunki równowagi płaskiego dowolnego układu sił:

$$\begin{cases} \Sigma F_{ix} = 0 \\ \Sigma F_{iy} = 0 \\ \Sigma M_{iA} = 0 \end{cases}$$

1. Suma składowych sił na kierunku osi x jest równa 0.
2. Suma składowych sił na kierunku osi y jest równa 0.
3. Suma momentów sił względem dowolnej osi prostopadłej do płaszczyzny xy jest równa 0.

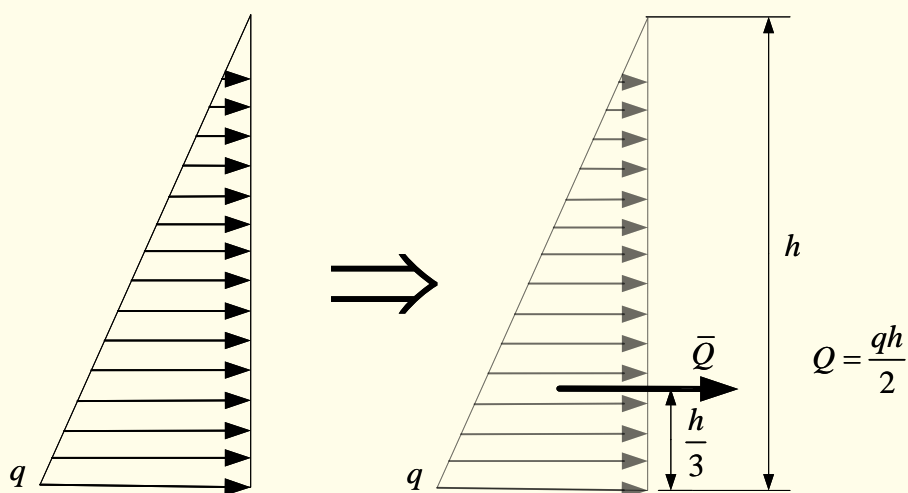
Przykład

Wyznacz reakcje tamy w punkcie A . Głębokość wody przy tamie wynosi h , a maksymalne obciążenie od ciśnienia wody przy dnie wynosi $q = \rho gh$, gdzie:



Rozwiązanie

Obciążenie ciągłe q podczas liczenia sił reakcji może być zredukowane do siły skupionej Q . Wartością siły Q jest wówczas pole powierzchni obciążenia ciągłego (np. trójkąta). Należy ją umieścić w środku ciężkości figury. Przykład redukcji dla obciążenia narastającego liniowo pokazano poniżej.



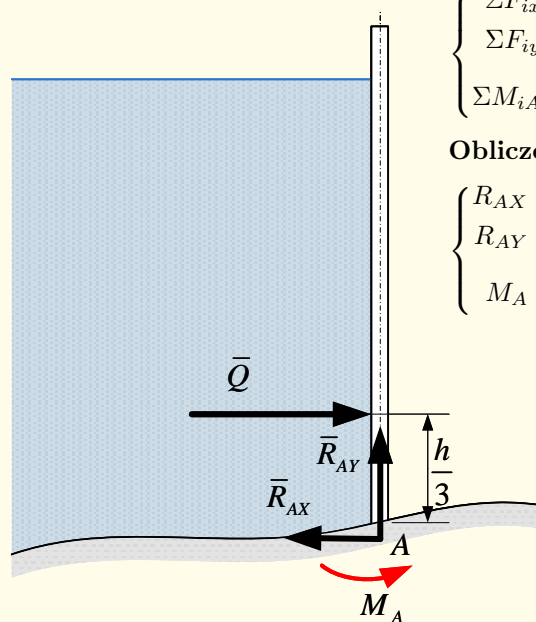
Następnie uwalniamy układ od więzów i zapisujemy równania równowagi. W płaskim dowolnym układzie sił obowiązują **trzy równania równowagi**.

Równania równowagi:

$$\begin{cases} \Sigma F_{ix} = 0 \implies Q - R_{AX} = 0 \\ \Sigma F_{iy} = 0 \implies -R_{AY} = 0 \\ \Sigma M_{iA} = 0 \implies M_A - Q \frac{h}{3} = 0 \end{cases}$$

Obliczone siły reakcji:

$$\begin{cases} R_{AX} = Q \\ R_{AY} = 0 \implies -R_{AY} = 0 \\ M_A = Q \frac{h}{3} \end{cases}$$



Więcej przykładów:

Reakcje skrzydła okiennego – [link](#)

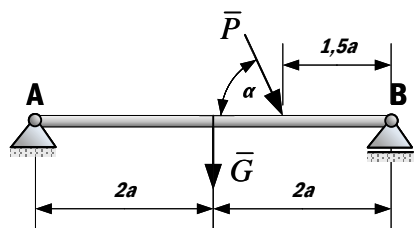
Reakcje skrzyni oparte o pochyłą równię – [link](#)

Reakcje prętów opartych o siebie (układ złożony) – [link](#)

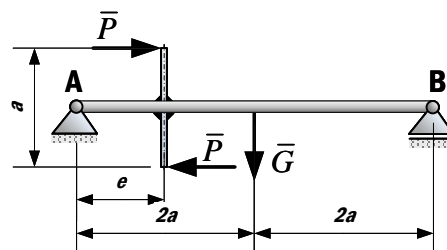
1 Zadanie

Wyznacz siły reakcji w podporach belki w punktach A i B w wyniku oddziaływania obciążeń jak na rysunkach.

a)



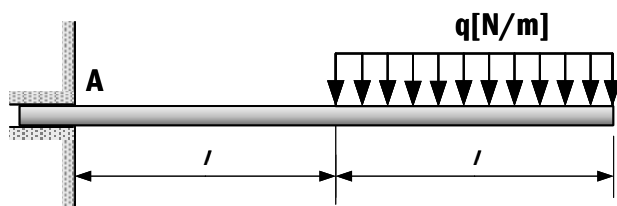
b)



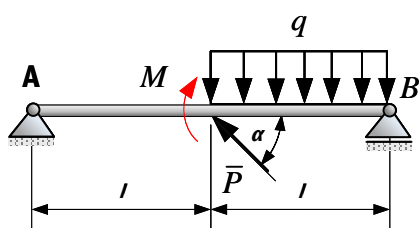
2 Zadanie

Wyznacz wartości reakcji więzów przedstawionych belek. Dane: q, l, M, P, α .

a)



b)



3 Zadanie

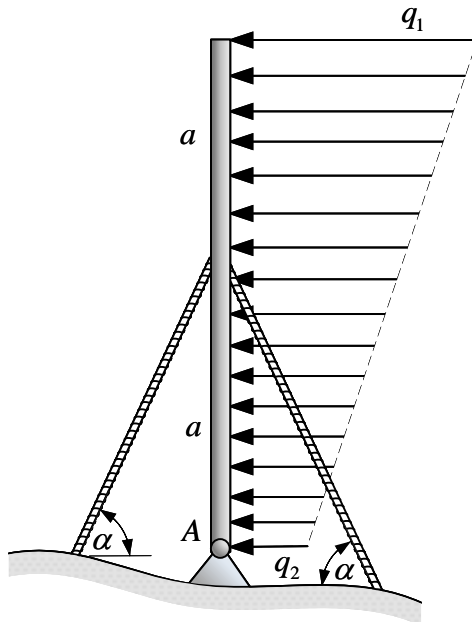
Wyznacz reakcje w przegubie A oraz siły naciągu cięgien w wyniku oddziaływania sił wiatru na maszt jak na rysunku.

Dane:

q_1, q_2, a, α

Podpowiedź:

Cięgna pracują tylko na rozciąganie!



4 Zadanie

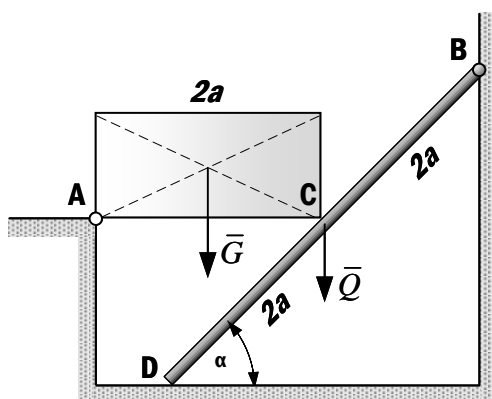
Wyznacz reakcje w punktach A, B, C, D układu złożonego jak na rysunku.

Dane:

a, Q, G, α

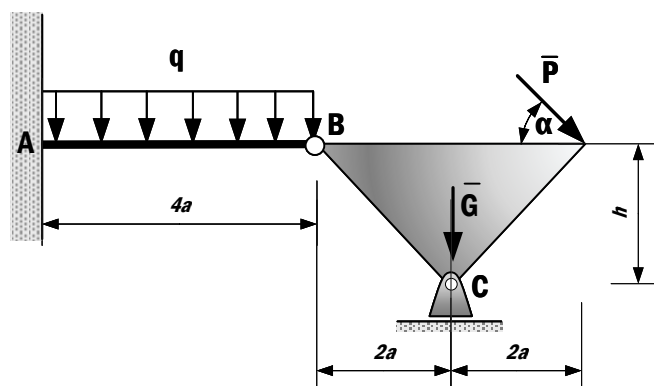
Podpowiedź:

Rozdzielamy układ na podukłady i korzystamy z III zasady dynamiki Newtona!!!



5 Zadanie

Wyznacz reakcje w punktach A, B, C układu złożonego jak na rysunku.



Dane:

$$q = 2 \frac{kN}{m}$$

$$P = 6kN$$

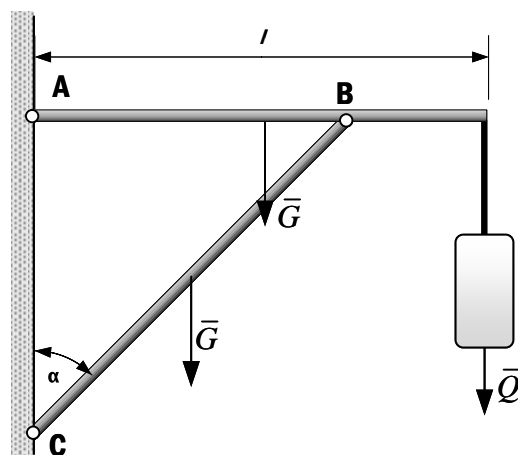
$$G = 2kN$$

$$a = 0,1m$$

$$h = 0,4m, \alpha = 30^\circ$$

6 Zadanie

Wyznacz reakcje w punktach A, B, C układu dwóch jednakowych belek o ciężarze G i długości l połączonych przegubowo jak na rysunku.



Dane:

$$G = 200N$$

$$Q = 800N$$

$$l = 1,2m$$

7 Zadanie

Wyznacz reakcje mocowania słupa sygnalizacji świetlnej.

Dane:

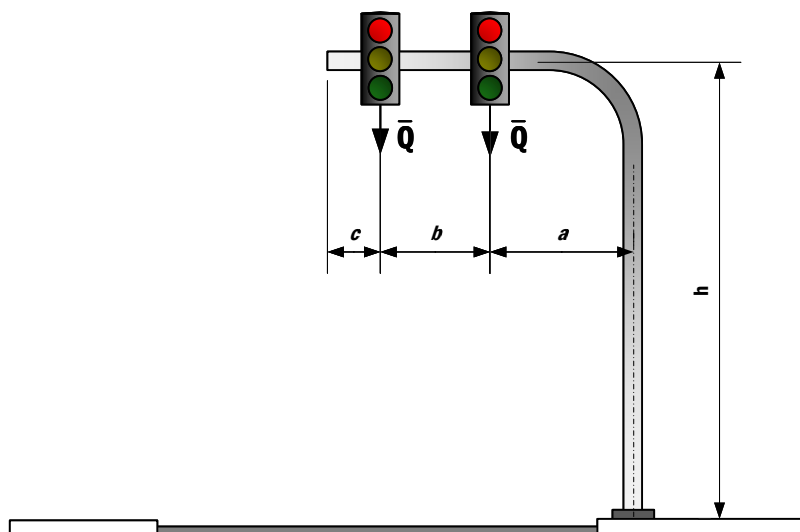
$$Q = 300N$$

$$a = 300\text{cm}$$

$$b = 250\text{cm}$$

$$c = 40\text{cm}$$

$$h = 420\text{cm}$$



* **Zadanie dodatkowe:**

Uwzględnij ciężar własny słupa przyjmując, że metr bieżący słupa ma masę 3kg, a promień gięcia słupa jest pomijalnie mały (tzn. pionowa i pozioma część słupa tworzy kąt prosty).